Université Hassan II de Casablanca
Faculté des Sciences et Techniques de Mohammedia
Année Universitaire : 2016-2017

8,00

نماذج امتحانات

EXEMPLE EXAMENS

ELECTRICITE

BCG - S1

FSTM COPIE CENTRE

Université Hassan II de Casablanca

École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique

Année Universitaire : 2016-2017

EXAMPLE EXAMENS

ELECTRICITE

Université Hassan II –Casablanca
Faculté des Sciences & Techniques
Mohammedia

2019 /2020
TC BCG S1
Module : E211

Electricité

Seuls les supports de cours sont autorisés.

L'électrostatique et l'électrocinétique doivent être rédigées sur des feuilles doubles séparées.

Partie 1 : Electrostatique

$4.\pi.\varepsilon_0 = 9.10^9$

Exercice 1 : Une charge électrique $+q$ est distribuée uniformément sur un anneau circulaire, fin de rayon r. L'anneau est dans le plan Ox,Oy avec son centre à l'origine..

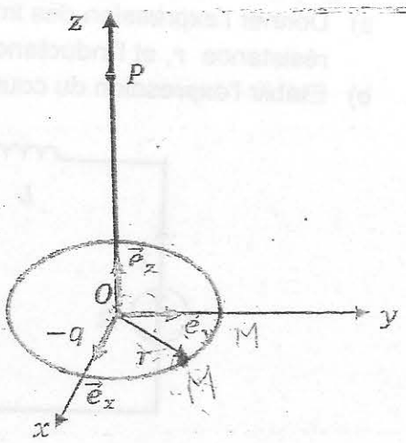
a) Déterminer la densité de charge linéique λ de l'anneau.

b) Déterminer le potentiel électrostatique créé par l'anneau au point $P(0,0,z)$.

c) On place une charge $-q$ en 0. Donner le potentiel électrostatique créé par la charge $-q$ en P.
En déduire le potentiel électrostatique total en P.

d) Quel est le champ électrostatique en P ?

e) On place une charge ponctuelle positive Q en P .
Déterminer l'expression de la force qui s'exerce sur Q.



Exercice 2 :

Un condensateur plan à air de superficie $S = 40\ cm^2$ et d'écartement $d = 1{,}0\ mm$ est soumis à une différence de potentielle $U = 220\ V$ entre ses armatures. Déterminer :

a) la capacité C du condensateur,
b) la valeur absolue de la charge sur chaque armature q.
c) l'énergie emmagasinée E

Partie 2 : Electrocinétique

Exercice 1 :

Une baguette carrée d'aluminium a pour dimensions 1,0 m de longueur et 5,0 mm de côté. On donne la résistivité de l'aluminium à 20°C : $\rho \cong 2{,}8.10^{-8}\Omega.m$.

a) Quelle est la résistance entre les extrémités de ladite baguette à 20 °C.

b) Donner l'expression de cette résistance en fonction de la température T°C sachant que le coefficient de température de la résistivité du cuivre est : $\alpha \cong 3{,}9.10^{-3} par\ °C$.

c) A quelle température la résistance de cette baguette serait-elle le double de sa résistance à 20°C ?

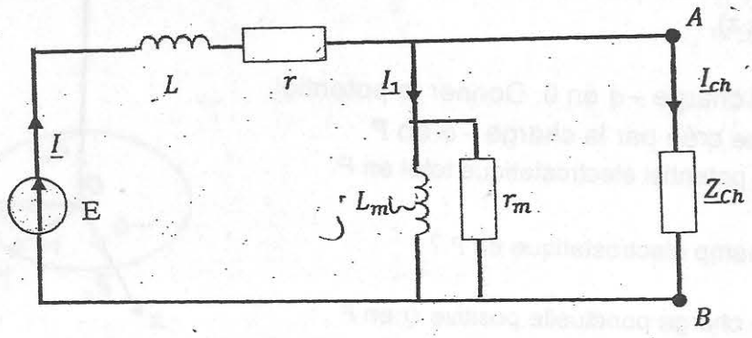
$R(t) = 2R_{20}$

Exercice 2 :

Le montage de la figure ci-après est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace E et de fréquence $50\ Hz$. On utilisera la notation complexe.

a) Donner l'expression des impédances mises en jeu (l'inductance L en série avec la résistance r, et l'inductance L_m en parallèle avec la résistance r_m).

b) Etablir l'expression du courant $\underline{I_{ch}}$ en utilisant le théorème de Millmann.



Exercice 3 :

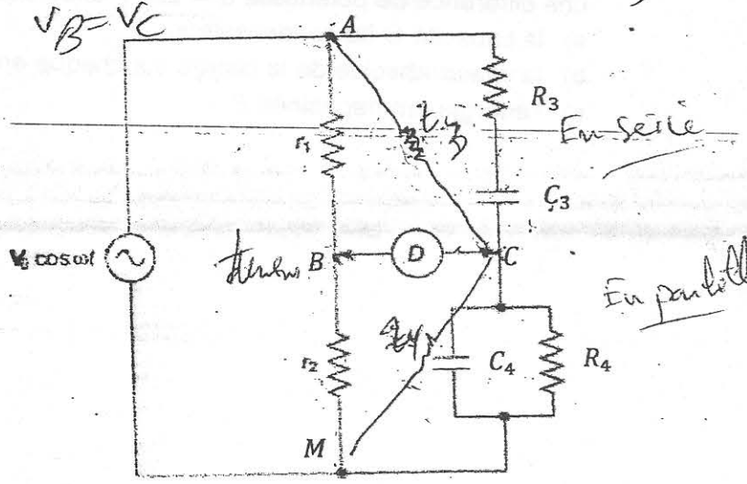
Le circuit de la figure ci-après est un pont de Wien, fréquemment employé dans les oscillateurs RC. On dit qu'il est équilibré lorsqu'aucun courant ne passe dans le détecteur D.

a) Déterminer les impédances Z_3 et Z_4 des branches AC et CM du pont de Wien.

b) Montrer que l'équilibre requiert que soient vérifiées simultanément les deux équations :

$$\begin{cases} \dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{R_3}{R_4} + \dfrac{C_4}{C_3} \\ \omega = \dfrac{1}{\sqrt{R_3.R_4.C_3.C_4}} \end{cases}$$

$V_B = V_C$



Université Hassan II –Casablanca
Faculté des Sciences & Techniques
Mohammedia

2018 /2019
TC BCG S1
Module : E211

Electricité

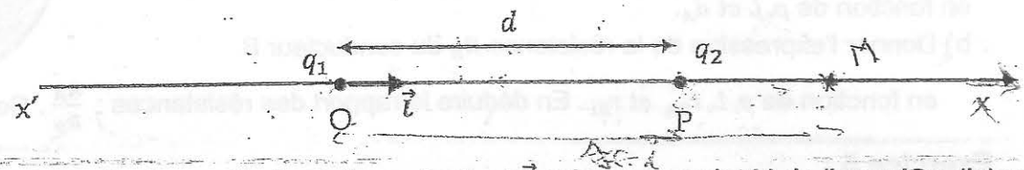
Seules les notes de cours sont autorisées.

Partie 1 : Electrostatique

Barème : Ex1 (3 points), Ex2 (4 points) et ~~Ex3 (3 points)~~. Présentation (1 point).

Exercice 1 :

Deux charges ponctuelles q_1 et q_2 de valeurs et de signes inconnues sont placées à une distance d l'une de l'autre. $\vec{\imath}$ désigne le vecteur unitaire de l'axe x'Ox.



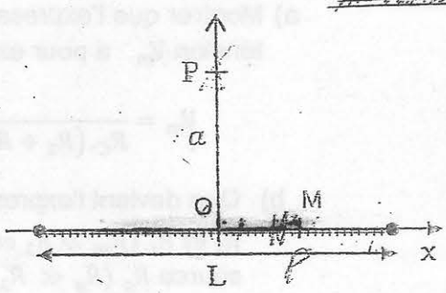
a) Calculez le champ électrostatique résultant $\vec{E}$ crée en un point M de l'axe x'Ox d'abscisse x $\overrightarrow{OM} = x.\vec{\imath}$, x quelconque.

b) Quelles sont les conditions nécessaires pour que le champ résultant soit nulle en un point qui ne se trouve pas entre les charges, mais, sur la droite x'ox ? Où ce point se trouve-t-il ?

Exercice 2 :

Une mince baguette non conductrice de longueur finie L porte la charge totale Q supposé uniformément répartie.

Déterminer l'expression de l'intensité du champ électrique E au point P situé sur la médiatrice à une distance a de la baguette (OP=a).

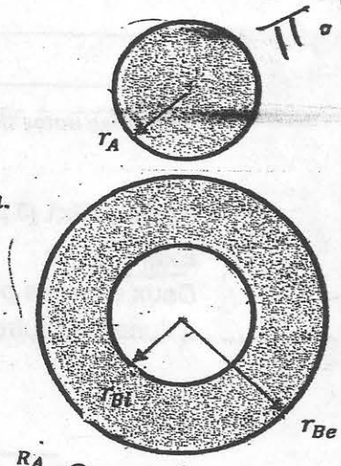


Partie 2 : Electrocinétique

Barème : Ex1 (3 points), Ex2 (3 points) et Ex3 (6 points). Présentation (1 point)

Exercice 4 :

Deux conducteurs sont faits du même matériau de résistivité ρ et ont la même longueur L.
Le conducteur A est un **tube plein** dont le diamètre est de $d_A = 1{,}00\ mm$.
Le conducteur B est un **tuyau creux** dont le diamètre extérieur est de $d_{Be} = 2{,}00\ mm$ et le diamètre intérieur est de $d_{Bi} = 1{,}00\ mm$.

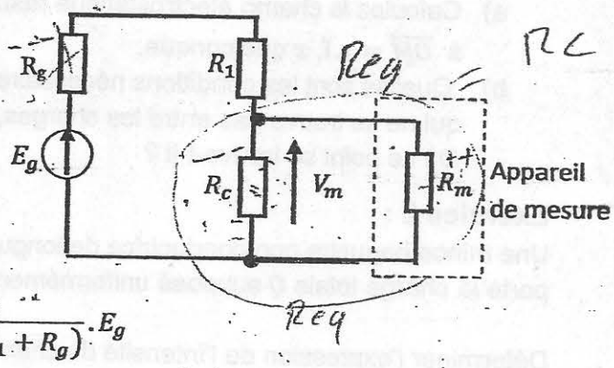


a) Donner l'expression de la résistance R_A du conducteur A en fonction de ρ, L et d_A.

b) Donner l'expression de la résistance R_B du conducteur B en fonction de ρ, L, r_{Be} et r_{Bi}. En déduire le rapport des résistances : $\frac{R_A}{R_B}$. Commenter.

Exercice 5 :

Le montage potentiométrique ci-contre est utilisé pour déterminer la résistance du capteur R_c. L'appareil de mesure est de résistance R_m.



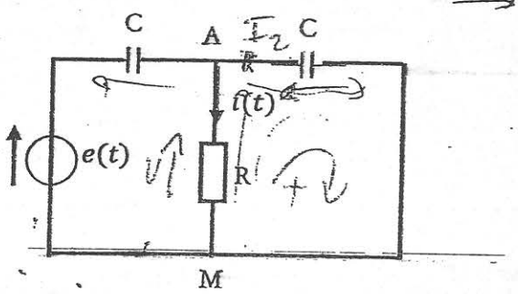
a) Montrer que l'expression de la tension V_m a pour expression :

$$V_m = \frac{R_c \cdot R_m}{R_c \cdot (R_1 + R_g) + R_m \cdot (R_c + R_1 + R_g)} \cdot E_g$$

b) Que devient l'expression V_m lorsque R_m est très grande par rapport aux résistances R_1 et R_c ($R_m \gg R_1$ et R_c) ; elles-mêmes très grandes par rapport à la résistance de la source R_g ($R_g \ll R_1$ et R_c).

Exercice 6 :

On considère le montage de la figure 3 ci-contre.
On donne : $e(t) = E_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$.



a) En utilisant la notation complexe, déterminer l'expression du courant qui traverse la charge R en utilisant :

- Les lois de Kirchhoff.
- Le théorème de Thévenin.
- Le théorème de Millmann.

b) En déduire l'expression de i(t).

c) En utilisant le résultat de la question b, déterminer l'expression de i(t) lorsque :
$e(t) = E_{1,eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + E_{2,eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_2 \cdot t)$ avec : $\omega_2 \neq \omega_1$
(Indication : utiliser le théorème de superposition)

Université Hassan II –Casablanca
Faculté des Sciences & Techniques
Mohammedia

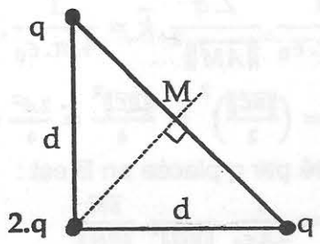
2018 /2019
TC BCG S1
Module : E211

Electricité

Seules les notes de cours sont autorisées.

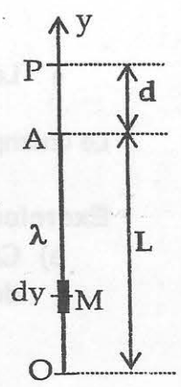
Partie 1 : Electrostatique

Exercice 1 : Calculer le champ électrostatique (direction et intensité) au point M illustré par la figure ci-après.



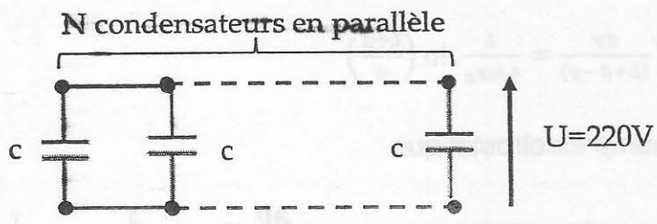
Exercice 2 : Un segment rectiligne OA de longueur **L** a une **densité linéique** de charges uniforme λ.

a) Donner l'expression du potentiel électrostatique en un point P situé à une distance **d** de l'extrémité A du segment et créé par la charge élémentaire **dq** localisée en M d'abscisse **y** (OM=y) portée par l'élément de longueur dy. (Le potentiel est fixé à l'infini).
b) Déterminer le potentiel électrostatique en P crée par ledit segment.
c) En déduire le champ électrique en P.



Exercice 3 :

Déterminer le nombre N de condensateurs de **capacité c=1,0 µF** à grouper en parallèle pour accumuler une charge de **0,24 C** si la différence de potentiel aux bornes des condensateurs est 220 V.



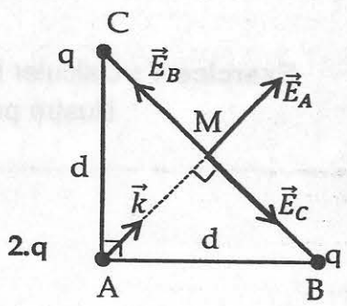
Université Hassan II –Casablanca
Faculté des Sciences & Techniques
Mohammedia

2018 /2019
TC BCG S1
Module : E211

Electricité

Electrostatique

Exercice 1 :



- Le champ créé par q placée en A est :

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{2.q}{\|\overrightarrow{AM}\|^2}.\vec{k} = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{4.q}{d^2}.\vec{k}$$

Car : $\|\overrightarrow{AM}\|^2 = \left(\frac{\|\overrightarrow{BC}\|}{2}\right)^2 = \frac{\|\overrightarrow{BC}\|^2}{4} = \frac{2.d^2}{4} = \frac{d^2}{2}$

- Le champ créé par q placée en B est :

$$\vec{E}_B = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{q}{\|\overrightarrow{BM}\|^2}.\frac{\overrightarrow{BM}}{\|\overrightarrow{BM}\|}$$

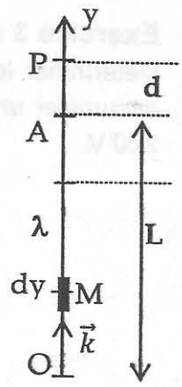
- Le champ créé par q placée en C est : $\vec{E}_C = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{q}{\|\overrightarrow{BM}\|^2}.\frac{\overrightarrow{CM}}{\|\overrightarrow{CM}\|} = -\vec{E}_B$

Le champ électrostatique résultant ~~en~~ M est : $\vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = \vec{E}_A = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{4.q}{d^2}.\vec{k}$

Exercice 2 :

a) Calcul du potentiel électrostatique élémentaire en P créé par la charge élémentaire dq placée en M :

$$dV = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{dq}{\|\overrightarrow{MP}\|} = \frac{\lambda}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{dy}{\|\overrightarrow{MP}\|} = \frac{\lambda}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{dy}{(L+d-y)}$$



Car : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OM} = (L + d - y).\vec{k}$

b) Calcul du potentiel résultant en P

$$V = \frac{\lambda}{4.\pi.\epsilon_0}.\int_0^L \frac{dy}{(L+d-y)} = \frac{\lambda}{4.\pi.\epsilon_0}.\ln\left(\frac{L+d}{d}\right)$$

c) Calcul du champ électrostatique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\left(V(d)\right) = -\frac{\partial V}{\partial d}.\vec{k} = \frac{\lambda}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{L}{d.(L+d)}\vec{k}$$

Exercice 3 :

Calcul du nombre de condensateurs à regrouper.

$Q = N.C.U$ d'où : $N = \frac{Q}{C.U} = \frac{0{,}24}{1.10^{-6}.200} = 1200$

Partie 2 : Electrocinétique

Barème : Ex1 (3 points), Ex2 (4 points) et Ex3 (5 points)

Exercice 1 :

a) Calculez l'impédance complexe vue entre A et B du circuit représenté sur la figure 1. Ce circuit est alimenté par une source sinusoïdale de pulsation ω.

b) Pour quelles valeurs de la pulsation ω, aucun courant ne peut circuler dans le dipôle

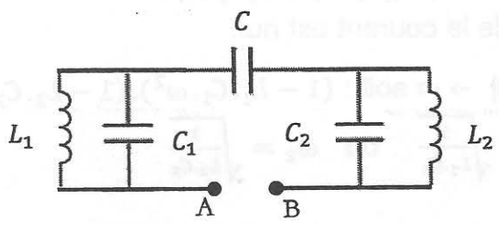


Figure 1

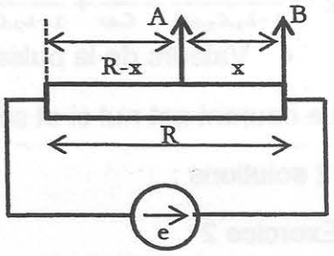


Figure 2

Exercice 2 :

Le montage de la figure 2 ci-dessus, dit potentiomètrique, permet d'obtenir une tension variable entre **0** et **e** entre les points A et B. Déterminer les éléments du générateur de Thévenin équivalent à ce montage vu entre les points A et B.

Exercice 3 :

Un condensateur de capacité C=20μF est placé en parallèle sur une bobine d'auto-inductance L=300 mH et de résistance R=10 Ω. On applique une tension sinusoïdale de valeur efficace E=110V et de fréquence 50 Hz.

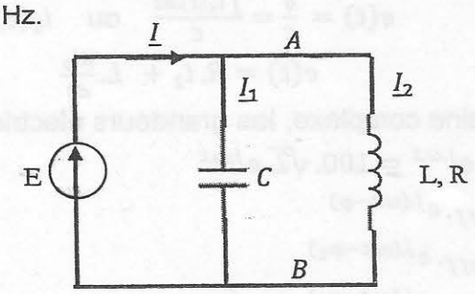


Figure 2

a) Ecrire en valeurs instantanées les lois d'Ohm (domaine temporel)

b) Ecrire ces lois en valeurs complexes.

c) Calculer les trois intensités $\underline{I}$, $\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ (valeur efficace et déphasage)

d) Donner la représentation de Fresnel de ces trois intensités.

Exercice 1 :

- Calcul de l'impédance vue entre A et B

$$Z = \left(j.L_1.\omega \parallel \frac{1}{j.C_1.\omega}\right) + \frac{1}{j.C.\omega} + \left(j.L_2.\omega \parallel \frac{1}{j.C_2.\omega}\right)$$

Avec : $j.L_1.\omega \parallel \frac{1}{j.C_1.\omega} = \frac{j.L_1.\omega}{1-L_1.C_1.\omega^2}$ et $j.L_2.\omega \parallel \frac{1}{j.C_2.\omega} = \frac{j.L_2.\omega}{1-L_2.C_2.\omega^2}$

$$Z = \frac{j.L_1.\omega}{1-L_1.C_1.\omega^2} - \frac{j}{C.\omega} + \frac{j.L_2.\omega}{1-L_2.C_2.\omega^2} = -j.\frac{1-\omega^2.(L_1.C_1+L_2.C_2+L_1.C+L_2.C)+\omega^4.L_1.L_2.C(C_1+C_2)}{C.\omega.(1-L_1.C_1.\omega^2).(1-L_2.C_2.\omega^2)}$$

- Valeurs de la pulsation pour laquelle le courant est nul.

Le courant est nul si et seulement si: $\|Z\| \to \infty$ soit : $(1 - L_1.C_1.\omega^2).(1 - L_2.C_2.\omega^2) = 0$

2 solutions : $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1.C_1}}$ ou $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2.C_2}}$

Exercice 2 :

Générateur de Thévenin équivalent au montage de la figure 2 :

- $E_{th} = \frac{x}{R}.e$ (c'est la tension à vide aux bornes de A et B).
- $R_{th} = x \parallel (R - x) = \frac{x.(R-x)}{R}$ (elle correspond à l'impédance du circuit obtenu en rendant passif la source de tension e).

Exercice 3 :

a) Dans le domaine temporel, les lois d'ohm s'écrivent :

- Loi des nœuds : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$:
- Lois des mailles :

$$e(t) = \frac{q}{C} = \frac{\int i_1(t).dt}{C} \quad \text{ou} \quad i_1(t) = C.\frac{de}{dt}$$

$$e(t) = R.i_2 + L.\frac{di_2}{dt}$$

b) Dans le domaine complexe, les grandeurs électriques s'écrivent ;

$$\underline{E} = \sqrt{2}.E.e^{j.\omega.t} = 100.\sqrt{2}.e^{j.\omega.t}$$

$$\underline{I} = \sqrt{2}.I_{2eff}.e^{j.(\omega.t-\varphi)}$$

$$\underline{I_1} = \sqrt{2}.I_{1eff}.e^{j.(\omega.t-\varphi_1)}$$

$$\underline{I_2} = \sqrt{2}.I_{2eff}.e^{j.(\omega.t-\varphi_2)}$$

Les lois d'Ohm s'écrivent :

$$\underline{I} = \underline{I_1} + \underline{I_2}$$

$$\underline{E} = \frac{\underline{I_1}}{j.C.\omega} = R.\underline{I_2} + j.L.\omega.\underline{I_2}$$

D'où :

$\underline{I_1} = j.C.\omega.\underline{E} \quad \Rightarrow I_{1eff} = C.\omega.E = 0{,}63A \quad$ et $\quad \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$

$\underline{I_2} = \frac{\underline{E}}{R+j.L.\omega} \quad \Rightarrow I_{2eff} = \frac{E}{\sqrt{R^2+L^2.\omega^2}} = 1{,}06A \quad$ et $\quad \varphi_2 = \tan^{-1}\frac{L.\omega}{R} = \tan^{-1} 9{,}42$

$$\underline{I} = \left(j.C.\omega + \frac{1}{R + j.L.\omega}\right).\underline{E}$$

Université Hassan II – Casablanca

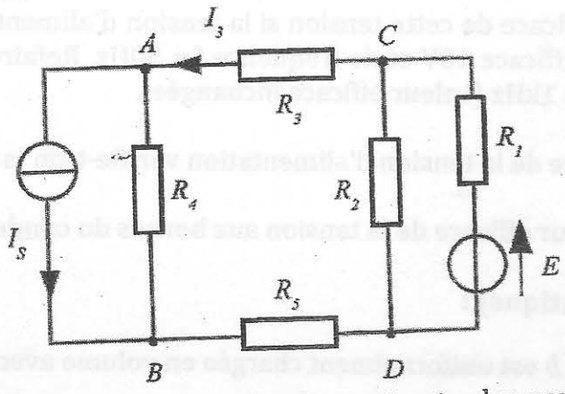
Faculté des Sciences & Techniques Mohammedia

DEUST BCG Semestre 1 **Module Electricité E141**

EXAMEN **Durée 1H30mn**

Exercice 1 :

Le circuit représenté ci-dessous comporte une source idéale de tension E constante, une source idéale de courant constant I_S et cinq résistances R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5.

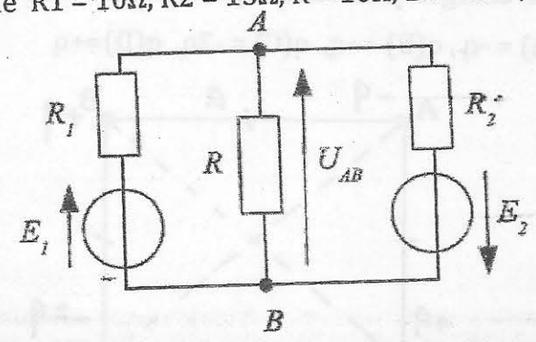


1- La résistance R_3 est enlevée : le circuit est ouvert entre les nœuds A et C. déterminer le générateur de Thévenin : $E_{Th} = V_C - V_A$ et R_{Th}

2. La résistance R_3 est rebranchée. Donner l'expression de I_3 en fonction de E_{Th}, R_{Th}

3- Donner l'expression de I_3 en fonction de I_S, E et des résistances R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5

4-Déterminer la tension U_{AB} du circuit ci-dessous en utilisant le théorème de superposition. On donne R1 = 10Ω, R2 = 15Ω, R = 10Ω, E1 = 12V, E2 = 20V.



Exercice 2 :

On considère un circuit constitué de la mise en série d'une résistance de R = 100Ω et d'un condensateur de capacité C = 1μF.

1. Donner un schéma du dipôle ainsi réalisé

2. Donner l'expression de l'impédance complexe du dipôle réalisé par cette association. En déduire l'expression de l'impédance et celle du déphasage de la tension par rapport à l'intensité.

3. Que peut-on dire du signe de ce déphasage.

4. Appliquer la loi d'Ohm sur les grandeurs complexes aux bornes du condensateur, puis aux bornes du dipôle complet.

5. En déduire une expression de la tension aux bornes du condensateur en fonction de R, C et ω.

6. Calculer la valeur efficace de cette tension si la tension d'alimentation est une tension sinusoïdale de valeur efficace 10V et de fréquence f = 50Hz. Refaire le calcul dans le cas où la fréquence passe à 1kHz (valeur efficace inchangée).

7. Pour quelle fréquence de la tension d'alimentation vérifie-t-on la relation $R = 1/c\omega$

8. Calculer alors la valeur efficace de la tension aux bornes du condensateur.

Exercice 3 (Electrostatique) :

I- Une sphère de rayon *b* est uniformément chargée en volume avec la densité ρ.

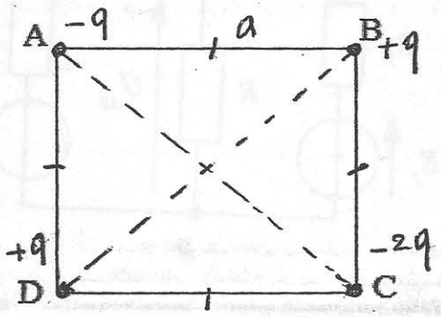
1. Établir l'expression du champ électrostatique et du potentiel en tout point M de l'espace.

On distinguera les cas $r > b$ et $0 < r < b$.

2. Donner l'expression de la charge totale Q portée par cette sphère.

3. Écrire le champ électrostatique en faisant intervenir la charge Q pour $r > b$

II-On considère quatre charges ponctuelles placées aux sommets d'un carre de cote a (figure ci-dessous) q(A) = -q , q(B) =+q, q(C) = -2q, q(D)=+q



- Donner en fonction de a et de la charge q le champ et le potentiel électrostatiques crées par les charges q(A) , q(B) , et q(D) au point C.

كلية العلـــوم والتقنيـــات المحمديـــة
Faculté des Sciences et Techniques de Mohammedia

جامعة الحسن الثاني بالدار البيضاء
UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA

Examen- E211- Electricité

Tronc Commun BCG, S1, Durée : 2h, 9 Novembre 2015

Aucun document n'est autorisé ; Les calculatrices non programmables sont autorisées.

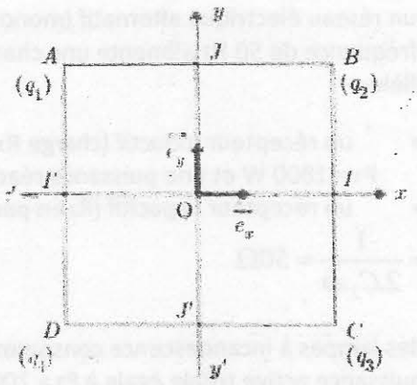
Exercice 1 : /4 points

On place quatre charges ponctuelles aux sommets ABCD d'un carré de côté a = 1 m, et de centre O, origine d'un repère orthonormé Oxy de vecteurs unitaires $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$.

On donne :

$q_1 = q = 10^{-8}C$ $\quad q_2 = -2q$

$q_3 = q$ $\quad q_4 = 2q$ $\quad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ S.I$



1) Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ au centre O du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de $\vec{E}$

2) Exprimer le potentiel V créé en O par les quatre charges.

Exercice 2 /5 points

Soit l'association des résistances montrée par le circuit ci-dessous.

1) Peut-on calculer la résistance équivalente entre A et B au moyen d'associations série et parallèle ?

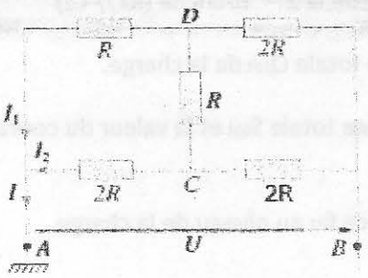
2) Exprimer la résistance équivalente entre A et B en fonction de I et U.

3) Exprimer I en fonction de I_1 et I_2.

4) Exprimer I_1 et I_2 en fonction de V_D et V_C.

5) Ecrire les équations de nœuds (ou relations de Millman) pour les nœuds C et D , en fonction de U, en posant V_A=0 et V_B=U.

6) En déduire la résistance équivalente entre A et B.

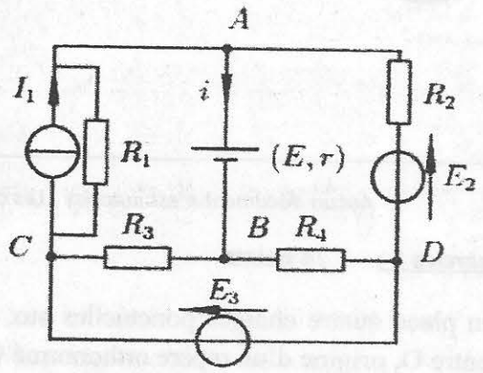


Exercice 3 : **/4 points**

Considérons le montage ci-contre. On cherche à déterminer le courant i qui traverse le générateur de f.e.m E et de résistance r.

1. Déterminer la résistance équivalente du réseau passif entre A et B.
2. Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au dipôle AB.
3. Déterminer le générateur de Norton équivalent au dipôle AB, directement, puis en utilisant les résultats précédents.
4. En déduire la valeur littérale puis numérique de i.

A.N : I_1=5mA ; E_2=10V ; E_3=20V ; R_1=R_3=2kΩ ; R_2=R_4=1kΩ ; E=2V et r=10Ω.



Exercice n°4 **/7points**

Soit un réseau électrique alternatif (monophasé) dont la tension a une valeur efficace de 230 V et une fréquence de 50 Hz alimente une charge comprenant les récepteurs suivants branchés en parallèle :

- un récepteur inductif (charge R_1 en série avec L_1) absorbant une puissance active moyenne P_1 = 1800 W et une puissance réactive Q_1 = 1500 VAR .
- un récepteur capacitif (R_2 en parallèle avec une capacité C_2) avec :

$$R_2 = \frac{1}{2.C_2.\omega} = 50\Omega$$

- des lampes à incandescence consommant une puissance active totale égale à P_3 = 2000 W. La résistance équivalente de toutes les lampes vaut R_3.

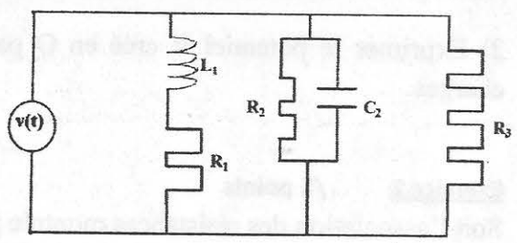


Schéma de l'installation :

v(t)=230√2 sin(ωt)

1- Calculer la puissance consommée P_{R2} dans la seconde branche (R_2 // C_2)

2- En déduire la puissance totale P_{tot} consommée par la charge.

3- Calculer la valeur de la self L_1

4- Calculer la puissance réactive Q_2 de la 2ème branche (R_2 // C_2)

5- En déduire la puissance réactive totale Q_{tot} de la charge.

6- En déduire la puissance apparente totale S_{tot} et la valeur du courant efficace I_{tot} absorbé parla charge.

7- En déduire le facteur de puissance f_{P1} au niveau de la charge

Université Hassan II – FSTM

Janvier 2014

(A)

Examen partiel d'électricité et de mécanique des fluides

Module P_{321}- BCG

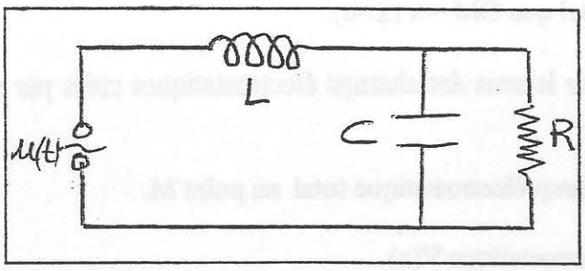
(Durée : 45 mn)

Exercice 1:

Le circuit électrique ci-dessous est alimenté par une tension sinusoïdale u(t) = U cos(wt)

1°) Quelle est l'impédance complexe du circuit ?

2°) Pour quelle valeur de L observe-t-on la résonnance ?



$\vec{P} = \vec{T}$

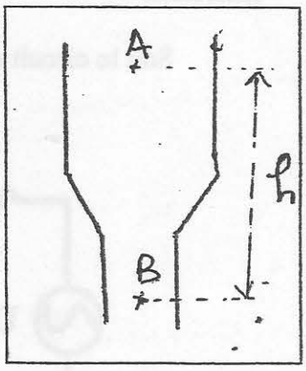
$Mg = m g$

$\rho_b \cdot V_b g = \rho_{eau} V_b g$

Exercice 2(questions I et II sont indépendantes) :

I- Une balle de ping-pong a une masse volumique ρ_B égale à **0.0840 g/cm^3**. Calculer la fraction de volume de la balle de ping-pong immergé dans l'eau. On rappelle que ρ_{eau}=**1000 Kg/m^3**.

II- On utilise un tube de Venturi pour mesurer un débit d'eau (densité volumique ρ_e). On fera l'hypothèse d'un fluide parfait, incompressible (figure ci-contre).



II-1) Donner la relation de Bernoulli entre A et B, en précisant clairement la signification des différents termes .

II-2) Exprimer le débit d'eau en fonction de la différence des pressions entre les points A et B $(P_A - P_B)$, de $h = (Z_A - Z_B)$ et des sections S_A et S_B

Exercice 3 :

Pour un adulte, le volume sanguin est de **5.2 litres**. Un cycle complet de circulation sanguine dure **54 s**. La viscosité sanguine η_{sang} est de **2.08 10^{-3} Pa.s** et la masse volumique du sang ρ_{sang} est de **1060 Kg/m^3**.

a- calculer le débit sanguin Q en **m^3/s**.

b- Calculer la vitesse moyenne d'écoulement dans l'artère aorte de rayon **R** égal à **1.57 cm**.

c- Déterminer la nature du régime d'écoulement dans cette artère .

d- A partir de la loi de Poiseuille, calculer la perte de charge, **ΔP**, sur une longueur de **20 cm**.

$$Re = \frac{2R\rho \cdot V_m}{\eta} = \frac{2 \cdot (1{,}57 \cdot 10^{-2}) \cdot 1060 \cdot 0{,}12}{2{,}08 \cdot 10^{-3}} = 2{,}29$$

Université Hassan II
FST - Mohammadia
Département de Physique

Année Universitaire 2011- 2012
Contrôle d'électricité – P321

Contrôle N°2 (durée : 40 mn)

Exercice 1

On considère le système formé par 2 charges ponctuelles q_A et q_B placées respectivement aux points A et B de l'axe OY.
On donne : $q_A = q_B = q/2$,
OA = a et OB = - a (a>0)
Soit M un point de l'axe Ox tel que OM = x (x>0).

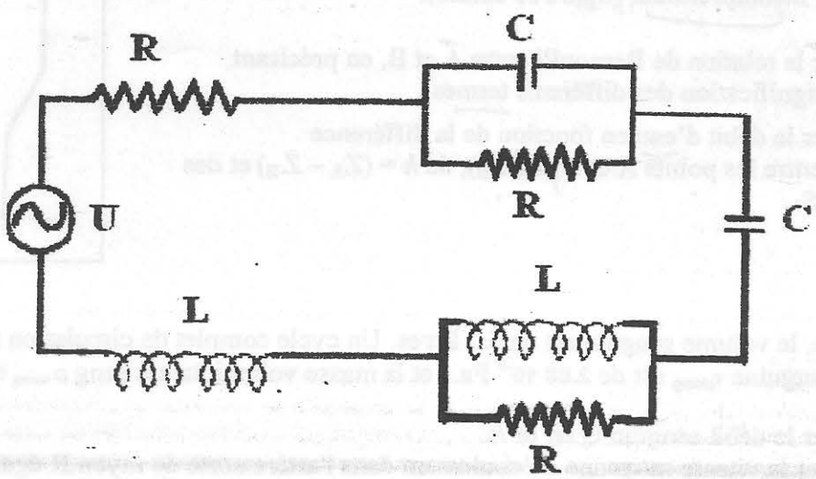
1- Faire un schéma et préciser le sens des champs électrostatiques créés par q_A et q_B au point M.

2- Donner l'expression du champ électrostatique total au point M.

3- En déduire le potentiel électrostatique V(x).

Exercice2

Soit le circuit suivant :



1- Calculer l'impédance complexe du circuit.

2- Calculer le module de cette impédance.

3- Que vaut le courant efficace circulant dans ce circuit.

Faculté Des Sciences et Techniques
Mohammedia

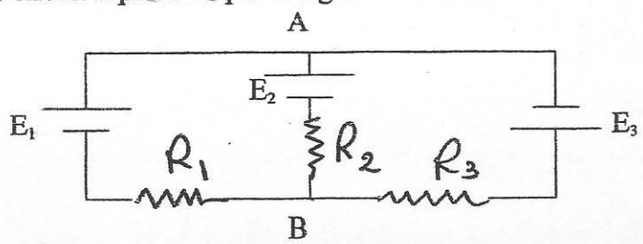
Mai 2010

CONTROLE D'ELECTRICITE

Section : BCG

Exercice 1:

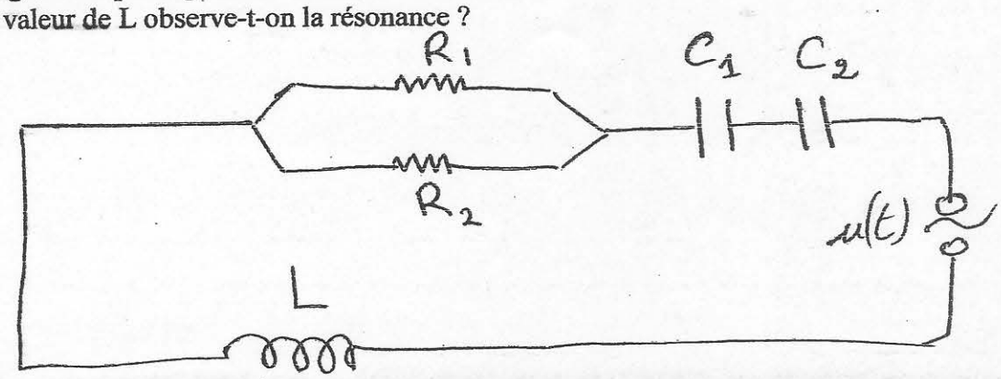
On considère le circuit représenté par la figure ci-dessous :



1°) Donner le nombre de nœuds n, le nombre de branches m et le nombre de mailles indépendantes.
2°) Soient I_1 et I_2 les intensités des courants dans les branches BE_1A et AE_2B respectivement, exprimer l'intensité I_3 dans la branche AE_3B en fonction de I_1 et I_2
3°) On donne E_1=12V, E_2=1V, E_3=8V, R_1= R_3= 20Ω et R_2 =10Ω
Calculer I_1 ; I_2 et I_3

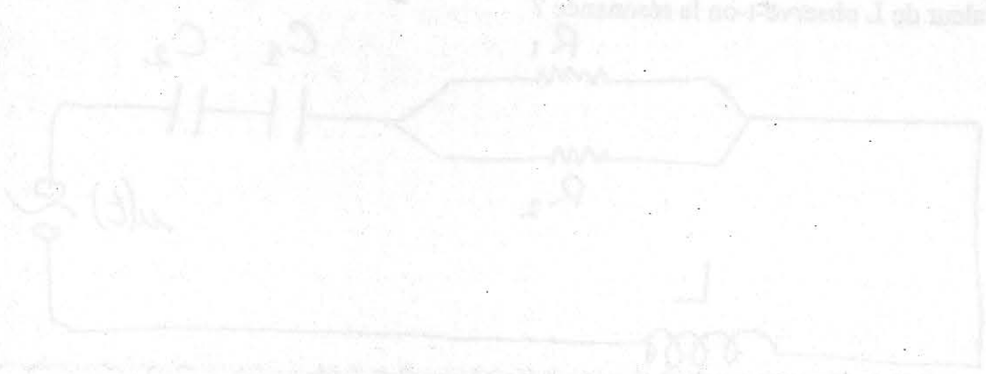
Exercice 2:

Le circuit électrique ci-dessous est alimenté par une tension sinusoïdale u(t)=UCos(wt)
1°) Quelle est l'impédance complexe du circuit ?
2°) Trouver l'angle de déphasage entre le courant et la tension.
3°) Pour quelle valeur de L observe-t-on la résonance ?



Question de cours

Un noyau de radium $^{226}_{88}Ra$ est un émetteur alpha, il donne un noyau de radon (Rn.)
Ecrire l'équation de cette désintégration nucléaire en précisant A et Z du radon



Faculté Des Sciences et Techniques — Juin 2010
Mohammedia - Département de physique
Section : BCG

EXAMEN D'ELECTRICITE ET NUCLEAIRE

(Durée 1 heure)

ELECTRICITE :

Exercice1:

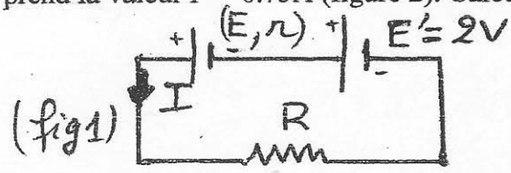
Deux charges -q et +q sont placées sur un axe OX aux points A d'abscisse **-a** et B d'abscisse **a** respectivement (avec **a>0** et **q>0**).

a- Donner le champ électrostatique crée par les deux charges au point **M d'abscisse –2a** (M sur l'axe OX).

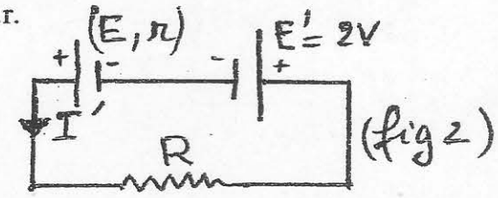
b- Calculer le potentiel électrostatique en un point P d'ordonnée b sur l'axe OY perpendiculaire à l'axe OX.

Exercice 2:

Un générateur de f.e.m E et de résistance interne r est disposée en série avec un autre générateur de f.e.m E' de résistance interne négligeable, et une résistance R = 7Ω ; le courant I = 1.25A (figure 1). On inverse le branchement du générateur de f.e.m E'; on constate que le courant ne change pas de sens et prend la valeur I' = 0.75A (figure 2). Calculer E et r.



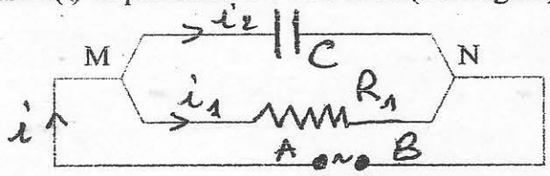
(fig 1)



(fig 2)

Exercice 3:

On considère un circuit AMNB alimenté entre A et B par une différence de potentiel sinusoïdale u(t) de pulsation w = 500 rad/s (voir figure)



u(t)=Ucoswt

1°) Donner les impédances complexes et réelles dans les deux branches du circuit

2°) Sachant que les valeurs efficaces I_1 et I_2 des intensités respectives des courants $i_1$et i_2 sont $I_1=I_2=0.5A$ et $R_1=2000\Omega$, en déduire la valeur de C.

3°) Donner l'impédance complexe et l'impédance réelle du circuit $\overline{Z}_{MN}$ et Z_{MN} .En déduire la valeur efficace I de i.

NUCLEAIRE :

I) La réaction suivante : $^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$ est-elle possible ? Si oui quel est son nom ?

II) Soit un échantillon d'iode $^{131}_{53}I$ pour lequel on compte le **nombre de désintégration par seconde** grâce à un compteur. Quel est le nom de la grandeur mesurée ?

III) Un noyau de Béryllium 10($^{10}_{4}Be$) a une masse de 10.0113 u.m.a.

1/ Calculer en MeV l'énergie de liaison du $^{10}_{4}Be$ et déduire l'énergie de liaison par nucléon.

Le $^{10}_{4}Be$ se désintègre par radioactivité β^-

2/ Ecrire cette désintégration sachant qu'il se forme du bore ($^{A}_{Z}B$)

On donne : masse du neutron m_n = 1.00866 u.m.a ; masse du proton m_p = 1.00727 u.m.a

1u.m.a C^2 = 931.5 MeV

b/ $2xyy' - y^2 = 1 - x^2$

$\Rightarrow 2xyy' + x^2 - y^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow 2xy\left(\frac{dy}{dx}\right) + (x^2 - y^2 - 1) = 0$

$\Rightarrow 2xy\,dy + (x^2 - y^2 - 1)\,dx = 0$

$\Rightarrow \omega = 0$

$\Rightarrow \frac{\omega}{\partial x} = 0 \Rightarrow df = 0$

$\Rightarrow f = \lambda = cst$

$\Rightarrow f(x,y) = \frac{y^2}{x} + x + \frac{1}{x} = \lambda = cst$

conclusion les solutions de l'equation différentielle $2xyy' - y^2 = 1 - x^2$ sont données par :

$$\frac{y^2}{x} + x + \frac{1}{x} = cst$$

Contrôle 1 Electricité 1: 2004/2005

Filières : SMP-SMA-SMC — **Semestre 2**

N.B. Pour l'exercice I, répondre brièvement mais de manière précise.

Exercice I :

A- Soit un conducteur plein (C) qui a la forme d'un ellipsoïde (**voir figure 1-a**). Ce conducteur (C) porte une charge Q positive, isolé et en équilibre électrostatique.

Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses :

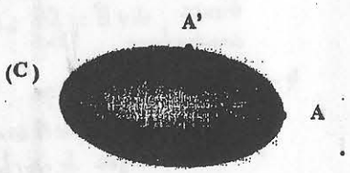


Figure 1-a

1 - Le champ est - il nul à l'intérieur de (C) ?
2 - Le potentiel est - il le même en A et en A' ?
(les points A et A' étant deux points de la surface du conducteur (C) (**voir fig. 1-a**)).
3 - La densité de charges voluniques est - elle positive, négative ou nulle ?
4 - La densité de charges est - elle la même en A et en A' ?.
5 - Les modules des champs au voisinage des points A et A' sont – t – ils les mêmes ?.

B - On approche du conducteur (C) une sphère conductrice (S) initialement neutre et isolée (**figure 1-b**). L'ensemble des deux conducteurs est en équilibre électrostatique.

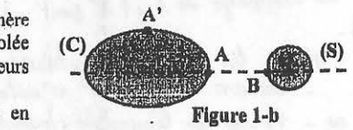


Figure 1-b

1 - Les conducteurs (C) et (S) sont - ils en influence totale ? justifier votre réponse.
2 - Illustrer sur le même schéma :
a - La répartition des charges sur les conducteurs (C) et (S).
b - Une représentation des lignes de champ entre les deux conducteurs.
3 - Comparer les valeurs du potentiel en A et au point B.
4 - Que se passera -t- il si on relie la sphère (S) au sol.

Exercice II :

On considère le circuit de la **figure 2-a**

1- En appliquant les lois de Kirchhoff, déterminer les courants I_1, I_2 et I_3 en fonction de E, R_1, R_2.. et R_3 .

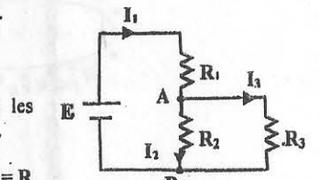


figure 2-a

Pour les questions suivantes, on prendra $R_1 = R_2 = R_3 = R$

2 - On branche aux bornes de la résistance R_3 un dipôle (E', r') (voir **figure 2-b**), par application du théorème de Thevenin, déterminer le courant I' traversant le dipôle (E', r') (on donnera l'expression littérale de I').

3- On donne E = 40V, E'=10 V, r' = 2 Ω et R = 24 Ω, calculer numériquement le courant I'. Le dipôle (E', r') est - il un générateur ou un récepteur ?.Justifier votre réponse.

4- Calculer la puissance P consommée par le dipôle (E', r').

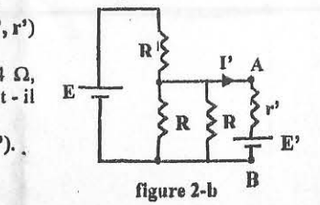


figure 2-b

1. oui le champ à l'intérieur est nul.

car:

- le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en equilibre

ou - les charges immobiles à l'intérieur du conducteur ce qui implique la somme des forces électrique est nulle ($\vec{F}=\vec{0}$)

$\vec{F} = q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

2- Oui le potentiel est le même en A et A' car:

- le conducteur en équilibre électrostatique $\Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

on a $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V = \vec{0} \Rightarrow V = cst \Rightarrow V_A = V_{A'}$

3- La densité des charges volumiques est nulle car:

d'après la relation de la forme locale du théorème de Gauss $div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ et puisque $E = 0$ à l'intérieur du conducteur $\Rightarrow 0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = 0$ (Sto)

4- La densité de charge en A et en A' n'est pas la même car:

- la forme de la surface en A et en A' n'est pas la même

ou - Le rayon de courbure en A et en A' n'est pas le même

5- Le champ au voisinage de A et A' n'est pas le même car:

d'après le théorème de coulomb, le champ au voisinage d'un point du conducteur en équilibre dépend de la densité en ce point et comme $\sigma(A) \neq \sigma(A')$ ce ci implique donc que les champs au voisinage de A et A' sont différents.

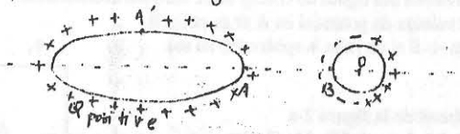
B-

1- Non, les deux conducteurs sont en influence partielle car:

- aucun conducteur n'entoure pas l'autre.

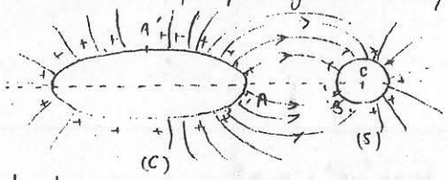
ou - toutes les lignes de champ partant du conducteur (C) n'arrivent pas totalement au conducteur (S)

2- a : La répartition des charges sur les deux conducteurs



les charges positives du conducteur (C) attirent les charges negatives du conducteur (S) et repoussent les charges positives.

b- La représentation de quelque lignes de champ

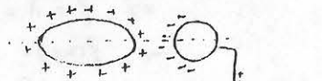


Les lignes de champ partent de (C) perpendiculaires à la surface et aboutissent à (S) également perpendiculaires à la surface.

3- le potentiel en B est inférieur en A $(V(B) < V(A)$

car: de A vers B les potentiels décroissants $(\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V)$

4- si on relie (S) au sol les charges positives du conducteur (S) vont s'écouler vers la terre



Exercice II

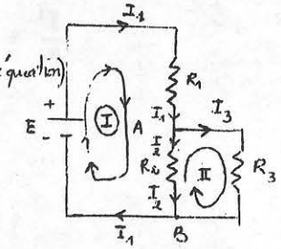
1- Application des lois de Kirchoff (loi des noeud et loi des mailles) au circuit de la figure 2-a

* Loi des noeuds (

noeud A $\rightarrow$ $I_1 = I_2 + I_3$

noeud B $\rightarrow$ $I_2 + I_3 = I_1$ (même équation)

$\Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (1)

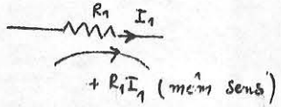


* Loi des mailles:

dans le circuit il y'a deux mailles indépendantes (I) et (II)

- maille (I): $-E + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0$



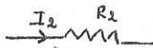


$+R_1 I_1$ (même sens)

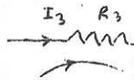
- on met $(-)E$ en premier car on rencontre le pôle $(-)$.
- si on rencontre le pôle $(+)$ en premier on met $(+E)$

$\Rightarrow \quad R_1 I_1 + R_2 I_2 = E \quad (2)$

$\rightarrow$ maille (II) : $\quad - R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \quad (3)$



on met (−) devant $R_2 I_2$ car le sens de parcours est different que celui du courant I_2



on met (+) devant $R_3 I_3$ car le sens de parcours est le même que celui du courant I_3

les relations (1), (2) et (3) forment le système suivant:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 & (1) \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 + 0 = E & (2) \\ 0 - R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 & (3) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow \quad R_2 I_2 = E - R_1 I_1 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{E}{R_2} - \frac{R_1}{R_2} I_1 \quad (2')$

$(3) \Leftrightarrow \quad R_3 I_3 = R_2 I_2 \quad \Rightarrow \quad -I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_2 \quad (3')$

(2') dans (1) $\Rightarrow \quad I_1 - I_2 - \frac{R_2}{R_3} I_2 = 0$

$\Rightarrow \quad I_1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) I_2 = 0 \quad (1')$

(2') dans (1') $\Rightarrow \quad I_1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\left(\frac{E}{R_2} - \frac{R_1}{R_2} I_1\right) = 0$

$\Rightarrow \quad I_1 - \left[\frac{E}{R_2} - \frac{R_2}{R_3}\frac{R_1}{R_2} I_1 + \frac{R_2}{R_3}\frac{E}{R_2} - \frac{R_2}{R_3}\frac{R_1}{R_2} I_1\right] = 0$

$\Rightarrow \quad I_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right) - \left(\frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}\right) = 0$

$\Rightarrow \quad I_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right) = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_2 R_3}$

$\Rightarrow \quad I_1 = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_2 R_3} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}\right)}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_1 = \frac{E(R_2 + R_3)}{R_2 R_3 + R_3 R_1 + R_2 R_1}}$$

* pour I_2

$(2) \Leftrightarrow \quad R_1 I_1 = E - R_2 I_2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{E}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} I_2 \quad (2'')$

$(1') \Rightarrow \quad I_1 - \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) I_2 = 0$

(2'') dans (1') $\Rightarrow \quad \frac{E}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} I_2 - \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) I_2 = 0$

$\Rightarrow \quad -I_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1}\right) = -\frac{E}{R_1}$

$\Rightarrow \quad I_2 = \frac{E}{R_1} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{R_3 E}{R_3 R_1} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1}\right)}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_2 = \frac{R_3 E}{R_3 R_1 + R_1 R_2 + R_3 R_2}}$$

pour I_3 on a $\quad I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I_3 = I_1 - I_2$

$\Rightarrow \quad I_3 = \frac{E R_2}{R_2 R_3 + R_3 R_1 + R_2 R_1} + \frac{E R_3}{R_2 R_3 + R_3 R_1 + R_2 R_1} - \frac{R_3 E}{R_3 R_1 + R_1 R_2 + R_3 R_2}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_3 = \frac{R_2 E}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_3 R_2}}$$

2ème Méthode:

on a $\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 + 0 = E \\ 0 - R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \end{cases}$ $\quad \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{pmatrix}}_{I} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$

I : la matrice associé au système

donc $\quad I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}, \quad I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} \quad$ et $I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta}$

avec $\Delta = \det A$ le déterminant associé au système

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_1 & E & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \Delta I_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 & E \\ 0 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}$$

* $\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} -R_2 & R_3 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 0 & R_3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 0 & -R_2 \end{vmatrix}$

$= 1[R_2R_3 - (0 \times (-R_2))] + 1[R_1R_3 - 0 \times 0] - 1[-R_1R_2 - R_2 \times 0]$

$= R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2$

* pour I_1 : $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}$

$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & R_3 \end{vmatrix}$ en remplaçant la 1er colonne $\begin{pmatrix} 1 \\ R_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ par $\begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$

$= 0 \times \begin{vmatrix} R_2 & 0 \\ -R_2 & R_3 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} E & 0 \\ 0 & R_3 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} E & R_2 \\ 0 & -R_2 \end{vmatrix}$

$= 0 + ER_3 - 1(E(-R_2)) = ER_3 + ER_2$

$= (R_2 + R_3)E$

donc $I_1 = \frac{(R_2+R_3)E}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}$

* pour I_2 : $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$

$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ R_1 & E & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{vmatrix}$ en remplaçant la 2ème colonne $\begin{pmatrix} -1 \\ R_2 \\ -R_2 \end{pmatrix}$ par $\begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$

$= ER_3$

donc $I_2 = \frac{R_3E}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}$

* pour I_3 : $I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta}$

$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_1 & R_2 & E \\ 0 & -R_2 & 0 \end{vmatrix}$ en remplaçant la 3ème colonne $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ R_3 \end{pmatrix}$ par $\begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$

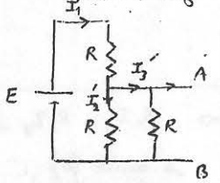
$= -(E(-R_2)) = R_2E$

$I_3 = \frac{R_2E}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}$

2- Application du théorème de Thevenin

* On enlève la branche AB contenant le dipôle (E, r') le montage devient celui de la figure 2-a avec $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

* Tension de Thevenin E_{Th}.



$E_{Th} = (V_A - V_B)_{\text{à vide}} = RI_3'$

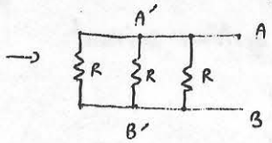
avec $I_3' = \frac{RE}{R^2 + R^2 + R^2} = \frac{RE}{3R^2}$

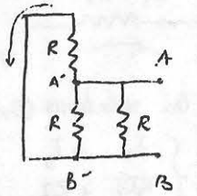
donc $I_3' = \frac{E}{3R}$

$\Rightarrow E_{Th} = \frac{R\!\!\!/E}{3R\!\!\!/} \Rightarrow E_{Th} = \frac{E}{3}$

* Résistance de Thevenin R_{Th}

on court-circuite le générateur E

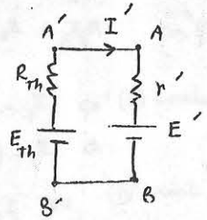




$R_{Th} = R // R // R \Rightarrow \frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$

$\Rightarrow R_{Th} = \frac{R}{3}$

* On remet la branche AB enlevée soit le montage suivant



$V_{AB} = V_{A'B'}$ $\quad \begin{cases} V_{AB} = E_{Th} - R_{Th}I' \\ V_{A'B'} = E' + r'I' \end{cases}$

$\Rightarrow E_{Th} - R_{Th}I' = E' + r'I' \Rightarrow E_{Th} - E' = (r' + R_{Th})I'$

$\Rightarrow I' = \frac{E_{Th} - E'}{R_{Th} + r'} = \frac{\frac{E}{3} - E'}{r' + \frac{R}{3}}$ d'où $\boxed{I' = \frac{E - 3E'}{3r' + R}}$

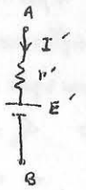
3- Application numérique.

$E = 40\,V$, $E' = 10\,V$; $r' = 2\,\Omega$ et $R = 24\,\Omega$

$$I' = \frac{E - 3E'}{R + 3r'} = \frac{40 - 3\times 10}{24 + 3\times 2} = 0,33\,A$$

on a $I' > 0$ $\Rightarrow$ le dipôle (E', r') se comporte comme un récepteur

4- La puissance consommée par le récepteur (E', r')



$$P = (E' + r'I')I'$$
$$= E'I' + r'I'^2$$

A.N $E' = 10\,V$, $I' = 0,33\,A$ et $r' = 2\,\Omega$

$\Rightarrow P = 10 \times 0,33 + 2 \times (0,33)^2$

$P = 3,52\,W$.

Contrôle 2 Electricité 1: 2007/2008

Filières : SMP-SMC **Semestre 2**

Exercice I :

Soit un conducteur (A) sphérique de rayon R_1 portant la charge Q. (A) est supposé en équilibre.

1. Comment est répartie la charge Q dans le conducteur (A) et avec quelle densité ?
2. Quel est le champ au voisinage du conducteur ? Justifier votre réponse.
3. Quel est le potentiel dV crée au centre O du conducteur (A) par un élément de sa surface dS portant la charge dQ ? En déduire le potentiel V du conducteur (A).
4. En déduire la capacité du conducteur (A).

Un autre conducteur (B) sphérique et creux, de rayon interne R_2 et externe R_3 ($R_1 < R_2 < R_3$) initialement neutre, entoure le premier conducteur (A) (qui porte toujours la charge Q).

5. Quelle est la charge Q_B de (B) et comment est elle répartie ?
6. On met le conducteur (B) au sol. Quelle est la nouvelle répartition de charge ? Justifier votre réponse.
7. Quel est le potentiel V_B du conducteur (B) ?
8. Déterminer le nouveau potentiel V_A du conducteur (A).
9. Que représente l'association des conducteurs (A) et (B) ? Quelle est sa capacité ?

Exercice 2

Soit le circuit de la figure1 constitué de résistances r_i (i=1, 2,3) .

1-Exprimer les résistances équivalentes R_{AC} entre A et C et R_{AB} entre A et B en fonction des r_i et calculer leurs valeurs.

On donne : $r_1 = 20\,\Omega$; $r_2 = 30\,\Omega$; $r_3 = 40\,\Omega$.

2-Supposons que l'on branche entre A et C un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r.

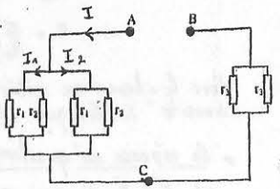


Figure1

a- Déterminer la ddp U_{AC} entre A et C,

b- Déduire les intensités des courants qui circulent dans les résistances r_i (i=1, 2,3).

c- Trouver le courant I_1 débité par le générateur. (On donnera l'expression littérale puis la valeur numérique). On donne $r = 1\,\Omega$ et $E = 60\,V$

3-Le générateur précédent (E, r) est maintenant branché entre A et B. Calculer le courant I_2 débité par le générateur.

4-Comparer les expressions de I_1 et I_2. A quelle condition sont-t elles égales ? Le courant délivré par un générateur de tension dépend-il du circuit que l'on branche à ses bornes ? Justifier votre réponse.

5- Calculer pour chacune des situations des questions 2 et 3 : (On donnera les expressions littérales puis les valeurs numériques).

a- les puissances fournies par le générateur. On notera P_1 et P_2 ces puissances.

b- les puissances dissipées par effet Joule dans le générateur. On les notera P_3 et P_4 .

c- les puissances dissipées par effet Joule dans le circuit extérieur au générateur. On les notera P_5 et P_6.

d- Vérifier la conservation des puissances

Faculté des Sciences Semlalia Marrakech

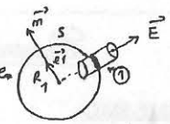
Correction :

2/ comme le conducteur (A) est supposé en équilibre donc la charge Q est répartie sur la surface, avec une densité surfacique $\sigma = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R_1^2}$

En effet : $Q = \iint \sigma ds$

comme le conducteur (A) est sphérique donc le rayon de courbure est uniforme $\Rightarrow Q = \sigma \iint ds = \sigma S$ où S la surface de (A)

$\Rightarrow Q = \sigma 4\pi R_1^2 \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$



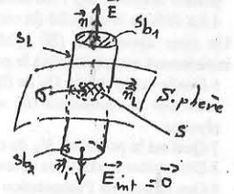
2/ le champ au voisinage de (A)

la surface S du conducteur est une équipotentielle (car $V_{surface} = V_{int} = cte$), et les ligne de champ sont normales aux équipotentielles (car $\vec{E} = -\vec{grad} V$), où bien la distribution admet une symétrie sphérique donc le champ est porté par $\vec{e_r}$ ($\vec{e_r} \perp$ au surface S)

avec $\vec{e_r} = \vec{n}$ ($\vec{e_r} \parallel \vec{n}$) où $\vec{n}$ la normal au conducteur

$\Rightarrow \vec{E} = E\vec{n}$

théorème de Gauss : $\phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$



$\phi = \iint_{Sb_1} E\vec{n}\,ds b_1 \vec{n} + \iint_{Sb_2} E_{int}(-\vec{n})\,ds b_2 \vec{n}_i + \int E\vec{n}.ds_L \vec{n}_L$

$E_{int} = 0$; $\vec{n} \perp \vec{n}_L$

$\phi = E Sb_1 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$ (avec $S = Sb_1$)

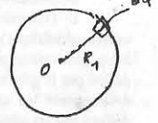
$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}}$

donc le champ au voisinage du conducteur est $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$ avec σ la densité surfacique et $\vec{n}$ la normal au conducteur (th. de coulomb)

* <u>la réponse au question 2 est :</u> le champ au voisinage du conducteur est $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$ avec σ la densité surfacique et $\vec{n}$ la normal au conducteur, d'après théorème de Coulombe

3/ le potentiel dV créé au centre O du conducteur.

$dV(O) = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$



* pour V(O) : $V(O) = \iint dV(O) = \iint \frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon R_1} \iint ds = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon R_1}$

S : la surface de la sphère (conducteur (A))

$V(O) = \frac{\sigma \times 4\pi R_1^2}{4\pi\varepsilon R_1} = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}$

Le conducteur (A) est en équilibre, donc d'après (1) on a $\sigma = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$

$\Rightarrow V(O) = \frac{Q R_1}{\varepsilon 4\pi R_1^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = cte}$

donc le potentiel V est le même que celui créé par la charge Q placée au centre O

4/ la capacité C par définition est : $C = \frac{Q}{V}$

$\Rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$

5/ le conducteur (B) est initalement neutre donc $Q_B = 0$

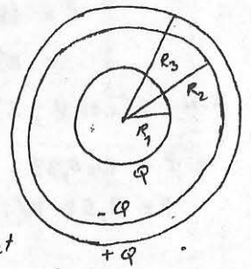
* la répartition des charges sur les deux conducteur

- influence total $\Rightarrow Q_{B_{int}} = -Q$

et puisque (B) est neutre

$\Rightarrow Q_B = Q_{B_{int}} + Q_{B_{ext}} = 0$

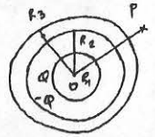
$\Rightarrow Q_{B_{ext}} = -Q_{B_{int}} = Q$



6/ si on met le conducteur (B) au sol les charges (+Q) de la face exterieur vont s'écouler vers la terre ce qui implique que la charge sur cette face devient nulle.

7/ potentiel V_B

on a $V_B = \frac{Q - Q}{4\pi\varepsilon_0 OP}$ pour un point P



pour $OP = R_2$ ou $R_3 \Rightarrow V_B = 0$

8/ on a pour un point O, $V_O = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ $\left(V_O = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\right.$ d'après (3) $\left.\right)$

$\Rightarrow V_O = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$, comme A en équilibre $V_O = V_A = cte$

g/ l'association des conducteurs (A) et (B) représente un condensateur

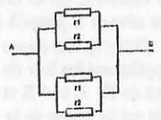
Sa capacité est donnée par $C = \frac{Q}{V_A - V_B}$; $V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$, $V_B = 0$

$\Rightarrow$ Donc $C = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)$ (voire la page ...)

Exercice 2:

1/ - la résistance équivalente R_{AC}

$R_{AC} = \underbrace{(r_1 // r_2)}_{R_{12}} // (r_1 // r_2)$



$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

$\Rightarrow R_{AC} = \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right) // \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right)$

$= \frac{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \times \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} = \frac{\frac{(r_1 r_2)^2}{(r_1 + r_2)^2}}{\frac{2 r_1 r_2}{(r_1 + r_2)}} = \frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2)}$

- La résistance équivalent R_{AB}

$R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} = R_{AC} + (r_3 // r_3)$

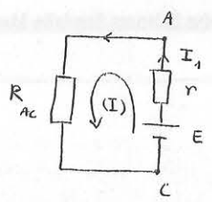
$= \frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2)} + \frac{r_3^2}{r_3 + r_3} = R_{AC} + \frac{r_3}{2}$

A.N $R_{AC} = \frac{20 \times 30}{2(20 + 30)} = 6\,\Omega$

$R_{AB} = 6 + \frac{40}{2} = 26\,\Omega$

2/ (a)

on a $U_{AC} = R_{AC} I_1$ (1)



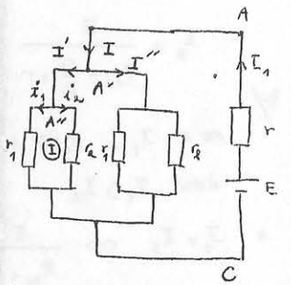
Loi de maille : $-E + r I_1 + R_{AC} I_1 = 0$

$\Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_{AC} + r}$ (2)

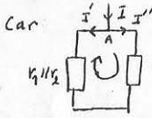
(2) dans (1) $\Rightarrow U_{AC} = \frac{R_{AC} E}{R_{AC} + r}$

b/ - l'intensité de courant qui circule dans r_1

maille (I) : $r_1 i_1 - r_2 i_2 = 0$



* noeud A' $I_1 = I' + I'' = 2I'$

car 

$(r_1 // r_2) I' - (r_1 // r_2) I'' = 0$

$\Rightarrow I' = I''$

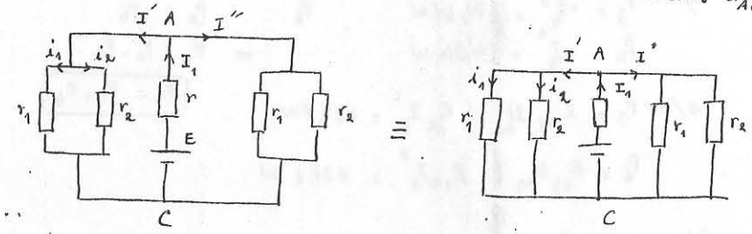
* noeud A'' $I' = i_1 + i_2 = \frac{I_1}{2}$ ($I_1 = 2I'$)

$\begin{cases} r_1 i_1 - r_2 i_2 = 0 \\ i_1 + i_2 = \frac{I_1}{2} = \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{r_2}{r_1} i_2 \\ \frac{r_2}{r_1} i_2 + i_2 = \frac{I_1}{2} = \frac{U_{AC}}{2 R_{AC}} \end{cases}$ (d'après relation (1) 2.a

$\Rightarrow i_2\left(\frac{r_1 + r_2}{r_1}\right) = \frac{U_{AC}}{2} \times \frac{2(r_1 + r_2)}{r_1 r_2}$ $\left(R_{AC} = \frac{r_1 r_2}{2(r_1 + r_2)} \right)$

$\Rightarrow i_2 = \frac{U_{AC}}{2}$ de même $i_1 = \frac{U_{AC}}{r_1}$

* où plus simple, toutes les résistances ont la même tension U_{AC}



donc $U_{AC} = r_1 i_1 = r_2 i_2 \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{U_{AC}}{r_1} \\ i_2 = \frac{U_{AC}}{r_2} \end{cases}$

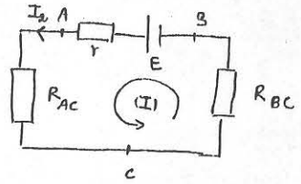
* $i_3 = 0$ Car le circuit est ouvert.

c/ d'après la relation (a) de a/a -

$I_1 = \frac{E}{R_{AC} + r}$, AN $I_1 = \frac{60}{6 + 1} = 8{,}57\ A$.

3/ le générateur (E,r) est branché entre A et B

maille (I) :



$$-E + rI_2 + R_{AC}I_2 + R_{BC}I_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_{AC}+R_{BC}+r}$$

avec $R_{BC} = r_3 // r_3 = \frac{r_3 r_3}{r_3+r_3} = \frac{r_3}{2}$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_{AC}+\frac{r_3}{2}+r} \quad ; \text{A.N} \quad I_2 = \frac{60}{6+\frac{40}{2}+1} = 2,22\ A$$

4/

on a $I_1 = 8,57\ A$ et $I_2 = 2,22\ A$

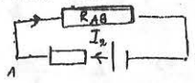
donc $I_1 > I_2$

* $I_1 = I_2 \Leftrightarrow \frac{E}{R_{AC}+r} = \frac{E}{R_{AC}+\frac{r_3}{2}+r} \Leftrightarrow R_{AC}+r = R_{AC}+\frac{r_3}{2}+r$

$\Leftrightarrow \frac{r_3}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{r_3 = 0\ \Omega}$

il est donc évident que le courant délivré par un générateur de tension dépend du circuit branché entre ses bornes.

5/



a/ $P_1 = EI_1 = 514,28\ W$

$P_2 = EI_2 = 133,3\ W$

$U_{AB}I_2 = P = EI - rI^2$; P_6 ; P_2 ; P_4

b/ $P_3 = rI_1^2 = 73,47\ W$

$P_4 = rI_2^2 = 4,94\ W$

$\Rightarrow P_6 = P_2 - P_4$

$\boxed{P_2 = P_4 + P_6}$

c/ $P_5 = R_{AC}I_{AC} = R_{AC}I_1^2 = 440,8\ W$

$P_6 = R_{AB}U_{AB} = R_{AB}I_1^2 = 128,4\ W$

d/ on vérifie bien que $P_1 = P_3 + P_5$ et $P_2 = P_4 + P_6$

Université Cadi Ayyad : 2000/2001

Filières : SMP-SMC — **Semestre 2**

Exercice I :

Une sphère conductrice pleine de centre O et de rayon R portant une charge Q uniformément répartie avec une densité σ est en équilibre électrostatique.

1°- Déterminer le potentiel électrostatique V de ce conducteur

2°- Déterminer la capacité C de ce conducteur

3°- Déterminer la valeur du rayon R pour réaliser une capacité de **1 Farad**

4°- Physiquement cette capacité est elle réalisable ? Justifier votre réponse.

On donne $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9}$ (M.K.S.A.)

Exercice 2:

Dans une salle de travaux pratiques, on dispose d'un générateur idéal de force électromotrice E **supérieure** à 12 V. On veut alimenter une lampe de 12 V (la lampe ne s'allume que lorsque **la tension à ces bornes est égale à 12 V**). Pour ce faire on a réalisé le montage de la figure 1. La lampe a une résistance r. La résistance entre A et B est R. Lorsque le curseur mobile C est au niveau de B, la lampe est éteinte. On déplace doucement le curseur à partir du niveau B jusqu'à la position où la lampe s'allume. La résistance entre A et C est alors xR ($0 \le x \le 1$). On donne : $r = R/2 = 1\Omega$ et $x = 0.5$.

1° - En appliquant les lois de Kirchhoff, déterminer les courants dans les différentes branches en fonction de E, x, r et R et calculer les valeurs de ces courants.

2° - Quelle est la valeur de la d.d.p. U aux bornes de la lampe ? Exprimer U en fonction de E, x, r et R. .

3° - En déduire la valeur de E .

4° - En comparant E et U, quel est le rôle de ce montage ?

5° - Calculer la puissance fournie P_f par le générateur et la puissance perdue P_r dans la lampe. Comparer P_f et P_r et conclure.

Une deuxième lampe identique à la première est branchée comme le montre la figure 2.

6°- Par application du théorème de Thevenin, trouver le courant I' traversant la deuxième lampe.

7°- Déterminer la valeur de I'.

8°- Les lampes seront-elles allumées ou éteintes ? Justifier votre réponse.

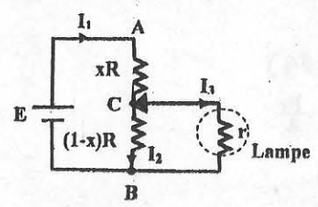


Figure 1

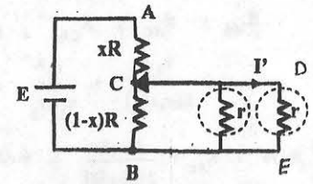


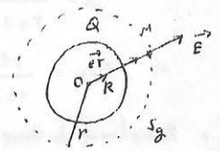
Figure 2

Faculté des Sciences Semlalia Marrakech

Correction :

Exercice 1 :

1/ le potentiel V de conducteur



le conducteur possede une symétrie sphérique

donc $\vec{E}$ est portè par $\vec{e_r}$ et ne dépend que de r

$\Rightarrow \vec{E} = E(r)\vec{e_r}$

Surface de Gauss : la sphère de centre o et de rayon r

théorème de Gauss : $\phi = \oiint_{S_g} E(r)\vec{e_r}\cdot d\vec{S}\vec{e_r} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ avec $Q_{int} = Q$

$\Rightarrow E(r).S = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r)\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

on a $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V \Rightarrow E(r)\vec{e_r} = -\frac{dV}{dr}\vec{e_r} \Rightarrow dV = -E(r)\,dr$

$\Rightarrow V = \int -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$

comme le conducteur en équilibre V_{int} est

pour $r = R$ on a $\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}$

2/ la capacité C

on a $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$

3/ calculons R pour C = 1F

on a $C = 4\pi\varepsilon R = 1 \Rightarrow R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ avec $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}.10^{-9}$ (M.K.S.A)

A.N $R = \frac{1}{4\pi.\frac{1}{36\pi}.10^{-9}}$

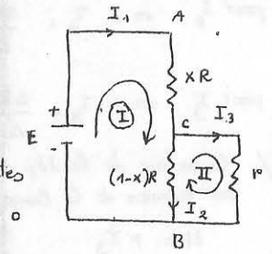
$\Rightarrow R = 9.10^{9}$ m $\simeq$ 0,9 A°

4/ physiquement cette capacité n'est pas réalisable à cause de dimension du Rayon R soit très petit

Exercice 2 :

1/ Application des lois de Kirchoff (loi des noeud et loi des mailles

* loi des noeuds



noeud c $\rightarrow$ $I_1 = I_2 + I_3$

$\Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (1)

* loi des mailles

dans le circuit il ya deux mailles independantes

* maille (I) : $-E + XRI_1 + (1-X)RI_2 = 0$

$\Rightarrow XRI_1 + (1-X)RI_2 = +E$ (2)

* maille (II) : $rI_3 - (1-X)RI_2 = 0$ (3)

Les relation (1), (2) et (3) forment le système suivant :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ XRI_1 + (1-X)RI_2 + 0 = E \\ 0 - (1-X)RI_2 + rI_3 = 0 \end{cases} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ XR & (1-X)R & 0 \\ 0 & -(1-X)R & r \end{vmatrix}$$

Δ : le déterminant associé au système

donc $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}$, $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$ et $I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta}$

avec $\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E & (1-X)R & 0 \\ 0 & -(1-X)R & r \end{vmatrix}$; $\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ XR & E & 0 \\ 0 & 0 & r \end{vmatrix}$ et $\Delta I_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ XR & (1-X)R & E \\ 0 & -(1-X)R & 0 \end{vmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ XR & (1-X)R & 0 \\ 0 & -(1-X)R & r \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} (1-X)R & 0 \\ -(1-X)R & r \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} XR & 0 \\ 0 & r \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} XR & (1-X)R \\ 0 & -(1-X)R \end{vmatrix}$$

$$= r(1-X)R + XRr + X(1-X)R^2$$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E & (1-X)R & 0 \\ 0 & -(1-X)R & r \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} (1-X)R & 0 \\ -(1-X)R & r \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} E & 0 \\ 0 & r \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} E & (1-X)R \\ 0 & -(1-X)R \end{vmatrix}$$

$$= Er + E(1-X)R$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ XR & E & 0 \\ 0 & 0 & r \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} E & 0 \\ 0 & r \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} XR & 0 \\ 0 & r \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} XR & E \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= Er$$

$$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} xR & (1-x)R & E \\ 0 & -(1-x)R & 0 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} (1-x)R & E \\ -(1-x)R & 0 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} xR & E \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} xR & (1-x)R \\ 0 & -(1-x)R \end{vmatrix}$$

$$= E(1-x)R$$

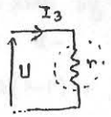
pour I_1 : on a $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{Er + E(1-x)R}{r(1-x)R + xRr + x(1-x)R^2} = \frac{E(r+R-xR)}{rR + xR^2 - x^2R^2}$

A.N $I_1 =$

pour I_2 on a $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{Er}{r(1-x)R + xRr + x(1-x)R^2} = \frac{Er}{rR + xR^2 - x^2R^2}$

pour I_3 on a $I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta} = \frac{E(1-x)R}{r(1-x)R + xRr + x(1-x)R^2} = \frac{E(1-x)}{r + x - x^2}$

2/ la valeur de la ddp U aux bornes de la lamp.



$U = rI_3$

$\Rightarrow U = \frac{rE(1-x)}{r(1-x) + xr + x(1-x)}$

$\Rightarrow U = \frac{rE(1-x)}{r + x - x^2}$

3/ d'après (2) $E = \frac{U(r+x-x^2)}{r(1-x)}$

A.N $E = \frac{12(1 + 0,5 - (0,5)^2)}{1(1-0,5)}$ $\Rightarrow E = 30\ V$

4/ $E = 30V > U = 12V$ le montage jout le rôle ...

5/ La puissance fourni par le generateur

$P_f = EI_1^2$, $I_1 = \frac{30(1 + 2 - 0,5 \times 2)}{1 \times 2 + 0,5 \times 4 - 0,25 \times 4} = 20\ A$

$\Rightarrow P_f = 30 \times (20)^2 = 12\ KW$

* $P_r = U \times I_3 = r \times I_3^2$, avec $I_3 = \frac{30(1-0,5)}{1 + 0,5 - 0,25} = 12\ A$

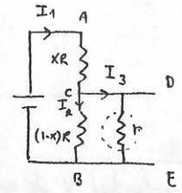
$\Rightarrow P_r = 12 \times (12)^2 = 1728\ W$

par effet joule.

6/ Application du théorème de Thevenin

* on enlève la branche 2ème Lampe

* Tension de thevenin E_{Th}



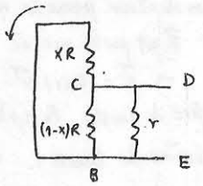
$E_{th} = (V_D - V_E)_{\text{à vide}} = rI_3''$

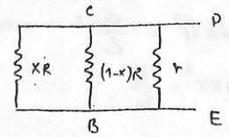
avec $I_3'' = \frac{E(1-x)}{r + x - x^2}$

$\Rightarrow E_{Th} = \frac{rE(1-x)}{r + x - x^2}$

* Résistance de thevenin R_{th}

on court-circuite le générateur E



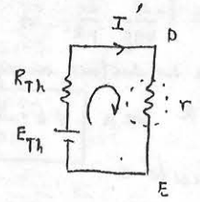


$R_{Th} = (xR) // (1-x)R // r$

$= \frac{xR(1-x)R}{xR + (1-x)R} // r$

$= x(1-x)R // r = \frac{r(1-x)xR}{r + (1-x)xR}$

* on remet la branche enlevée



$-E_{Th} + R_{Th}I' + rI' = 0$

$\Rightarrow I' = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + r}$

$\Rightarrow I' = \frac{\frac{rE(1-x)}{r + x - x^2}}{\frac{r(1-x)xR}{r + (1-x)xR} + r} = \frac{rE(1-x)}{r + x - x^2} \times \frac{r + (1-x)xR}{r\left[(1-x)xR + r + (1-x)xR\right]}$

$I' = \frac{(1-x)(E + xR) + r}{r + x - x^2(2(1-x)xR + r)}$ $\Rightarrow I' =$

8/ les 2 lampes seront allumée car la tension aux bornes égale à 12V (4)

Contrôle 1 Electricité 1: 2005/2006

Filières : SMP-SMA-SMC — **Semestre 2**

Exercice I :

(conducteurs en équilibre électrostatique)

A - Soit une sphère (S_1) pleine, conductrice, de centre O et de rayon R_1, en équilibre électrostatique et portant une charge Q positive.

Répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses :

1° Que vaut le champ électrique en un point à l'intérieur de ce conducteur ?

2° Que peut on dire du potentiel du conducteur à l'intérieur et en surface ?

3° Où est située la charge Q ?

B – On met le conducteur (S_1) portant toujours la charge Q, à l'intérieur d'un conducteur (S_2) creux , de forme sphérique, de même centre O, de rayon intérieur R_2 et extérieur R_3 et initialement neutre et isolé. Les deux conducteurs (S_1) et (S_2) sont en équilibre électrostatique.

1° Les conducteurs S_1 et S_2 sont – il en influence partielle ? Justifier votre réponse.

2° Illustrer sur un schéma la répartition des charges sur les conducteurs (S_1) et (S_2).

3° Que se passe – t – il lorsqu'on relie (S_1) et (S_2) par un fil conducteur ? Donner la nouvelle répartition de charge et la capacité du système

C - Les deux conducteurs (S_1) et (S_2) représentent respectivement les armatures interne et externe d'un condensateur. Le conducteur (S_1) porte la charge Q. $U = V_1 - V_2$ étant la différence de potentielle entre les deux armatures.

1° Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures et en déduire $U = V_1 - V_2$.

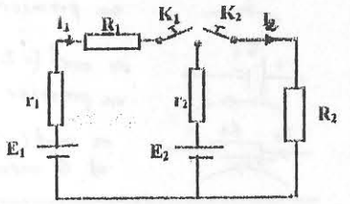
2° En déduire la capacité C du condensateur.

3° Quelle est l'énergie emmagasinée dans ce condensateur.

Exercice II :

(Electrocinétique):

On considère le circuit de la figure ci-contre, contenant deux dipôles actifs (E_1, r_1) et (E_2,r_2) et deux dipôles passifs de résistances R_1 et R_2. K_1 et K_2 étant deux interrupteurs.



A – L'interrupteur K_1 est **fermé** et K_2 est **ouvert** :

1° Déterminer le courant I_1. On suppose $E_1 > E_2$.

2° Quelle est le fonctionnement des dipôles (E_1,r_1) et (E_2,r_2) ? Justifier votre réponse.

3° Déterminer la puissance P_1 dans la branche contenant le dipôle (E_2,r_2) et expliquer la nature de chaque terme.

B - L'interrupteur K_1 est **ouvert** et K_2 est **fermé** :

1° Déterminer le courant I_2.

2° Quelle est le fonctionnement du dipôle (E_2,r_2) ? Justifier votre réponse.

3° Déterminer la puissance P_2 dans la branche contenant le dipôle (E_2,r_2) et expliquer la nature de chaque terme.

C – Les interrupteurs K_1 et K_2 sont **fermés** :

1° Déterminer le courant I'_2 dans la résistance R_2 en appliquant le théorème de Thevenin.

2° Déterminer la puissance P_3 dissipée par la résistance R_2 et préciser quelle est la nature de cette puissance.

Exercice I :

Exercice 1 : (conducteurs en équilibre électrostatique)

A -

1 - le champ est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre car: les charges immobiles à l'intérieur du conducteur ce qui implique que la vitesse moyenne est nulle ($m\vec{\gamma} = \vec{F}$)

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

2 - le potentiel est constant à l'intérieur et en surface du conducteur car:

le conducteur en équilibre électrostatique $\Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

on a $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \Rightarrow V = cste$

3 - la charge Q sitiuée répartie en surface car:

d'après la relation de la forme local du théorème de Gauss

$div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ et puisque $\vec{E} = \vec{0}$ à l'intérieur du conducteur

$\Rightarrow \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \rho = 0$, Alors Q répartie en surface.

B -

1 - Non, les deux conducteurs sont en influence total car: toutes les lignes de champ partant du conducteur (S_1) arrivent totalement au conducteur (S_2)

2 - La répartition des charges sur les deux conducteurs

influence totale $\Rightarrow -Q$

$\Rightarrow Q_{2int} = -Q$

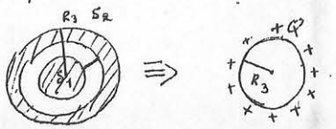
et puisque S_2 est neutre

$\Rightarrow Q_2 = Q_{2int} + Q_{2ext} = 0$

$\Rightarrow Q_{2ext} = -Q_{2int} = Q$



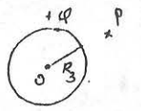
3 - Lorsque on relie (S_1) et (S_2) par un fil conducteur, on a qu'un seul conducteur en équilibre



* Faire la charge Q se met sur surface de rayon R_3

* La capacité du système

au point P, on a $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon (OP)}$



Sur la surface de Rayon R_3 :

$V \to V \quad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R_3}$, $OP = R_3$

on déduit, $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R_3$

C/- 1 Le champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures

* la direction et le sens

le système possède la symétrie sphérique donc $\vec{E}$ est porté par $\vec{e_r}$ et ne dépend que de r



$\Rightarrow \vec{E} = E(r)\,\vec{e_r}$

* Surface de Gauss (Sg)

le champ $\vec{E}$ est radial et constant sur une sphère de rayon r. La surface de Gauss convenable sera une sphère de rayon r

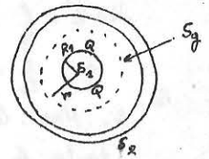
* le théorème de Gauss:

$\phi = \oiint_{Sg} \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$, ϕ : étant le flux de $\vec{E}$ à travers Sg

* pour $R_2 < r < R_3$ (entre les armatures)

$\phi = \oiint_{Sg} \vec{E}.d\vec{S} = \oiint_{Sg} E(r)\vec{e_r}.ds.\vec{n}$ avec $(\vec{n} // \vec{e_r})$

$= E(r) \oiint_{Sg} ds = E(r)\,S = E(r) \times 4\pi r^2$



S : surface de la sphère de rayon r

$\Rightarrow \phi = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ (les charges sont au surface de la sphère de rayon R_1 donc (+Q))

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}$

* le potentiel (entre R_1 et R_2)

on a $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\,V \Rightarrow E(r)\vec{e_r} = -\frac{dV}{dr}\vec{e_r}$

$\Rightarrow dV = -E(r)\,dr$

$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr$

$\Rightarrow V_2 - V_1 = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}dr = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}$

$= \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{-1}{r}\right]_{R_1}^{R_2} =$

$-(V_1 - V_2) = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{-1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$

$\Rightarrow U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

2- La capacité C du conducteur

on a $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

$\Rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = 4\pi\varepsilon\,\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

3- l'énergie emmagasinée dans ce condensateur :

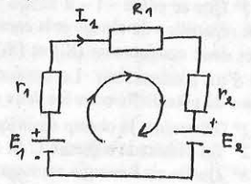
on a $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ donc $W = \frac{1}{2}Q^2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$

$\Rightarrow W = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon R_1 R_2}$

Exercice 2 : (Electrocinétique) :

A - L'interrupteur K_1 est fermé et K_2 est ouvert

1- le courant I_1

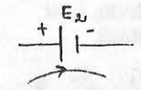


* loi des mailles :

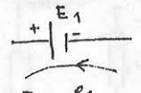
$R_1 I_1 + r_2 I_2 + E_2 - E_1 + r_1 I_1 = 0$

$I_1(R_1 + r_1 + r_2) = E_1 - E_2$

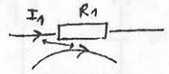
$\Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + r_1 + r_2}$



on met $+E_2$ car on rencontre la pôle (+) en premier



on met $(-E_1)$ car on rencontre la pôle (-) en premier.



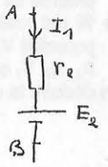
on met (+) devant $R_1 I_1$ car le sens de parcours est le même que celui du courant I_1

2) le fonctionnement des dipôles (E_1, r_1) et (E_2, r_2)

on a $E_1 > E_2 \Rightarrow E_1 - E_2 > 0$ donc $\frac{E_1 - E_2}{R_1 + r_1 + r_2} > 0$

Alors $I_1 > 0$

- I_1 sort par la borne (+) de $E_1 \Rightarrow (E_1, r_1)$ est un générateur
- I_2 entre par la borne (+) de $E_2 \Rightarrow (E_2, r_2)$ est un récepteur.



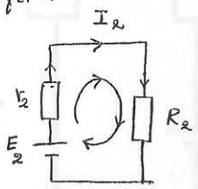
3) la puissance P_1

La puissance consommée par le récepteur (E_2, r_2) est : $P_1 = U_{AB} I_1 = (r_2 I_1 + E_2) I_1$

$\Rightarrow P_1 = E_2 I_1 + r_2 I_1^2$

- $E_2 I_1$: la puissance transformée par le récepteur.
- $r_2 I_1^2$: la puissance perdue par effet Joule dans la résistance interne.

B - L'interrupteur K_1 est ouvert et K_2 est fermé



1 -

Loi de maille.

$R_2 I_2 - E_2 + r_2 I_2 = 0$

$I_2 (R_2 + r_2) = E_2$

$\Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2 + r_2}$

2 - on a $I_2 > 0$ donc (E_2, r_2) est un générateur car le courant sort par sa borne (+).

3 - la puissance P_2

on a $P_2 = (E_2 - r_2 I_2) I_2 = E_2 I_2 - r_2 I_2^2$ (générateur)

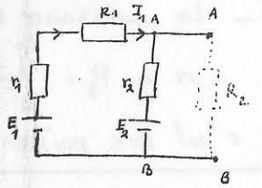
- $E_2 I_2$: puissance fournie par le générateur.
- $r_2 I_2^2$: puissance perdue par effet de Joule dans la résistance interne (r_2)

C - Les interrupteur K_1 et K_2 sont fermés

1 - théorème de thevenin.

* Tension de Thevenin E_{th}

- on enlève R_2 et on remplace le reste du circuit par le générateur de thevenin équivalent (E_{Th}, R_{Th})



$E_{Th} = (V_A - V_B)_{à\ vide}$

$= E_2 + r_2 I_1$

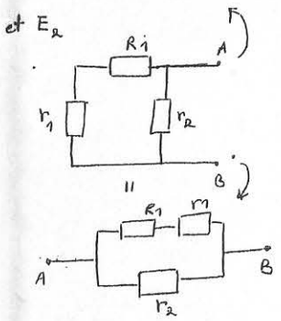
D'après A-1 on a $I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$

donc $E_{Th} = E_2 + r_2 \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$

$= \frac{r_1 E_2 + r_2 E_2 + R_1 E_2 + r_2 E_1 - r_2 E_2}{r_1 + r_2 + R_1} = \frac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$

* Résistance de thevenin R_{Th}

- on court-circuite les générateur E_1 et E_2



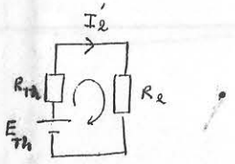
$R_{Th} = (R_1 + r_1) // r_2$

$\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{R_1 + r_1} + \frac{1}{r_2}$

$= \frac{r_2 + R_1 + r_1}{r_2 (R_1 + r_1)}$

$\Rightarrow R_{Th} = \frac{r_2 (r_1 + R_1)}{r_1 + r_2 + R_1}$

* On remet la branche enlevée soit le montage suivant



$R_2 I'_2 - E_{Th} + R_{Th} I'_2 = 0$

$\Rightarrow I'_2 (R_2 + R_{Th}) = E_{Th}$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_{Th}}{R_2 + R_{Th}} \quad \text{, avec } E_{Th} = \frac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{r_1 + r_2 + R_1}$$

$$R_2 + R_{Th} = R_2 + \frac{r_2 (r_1 + R_1)}{r_1 + r_2 + R_1} = \frac{r_1 R_2 + r_2 R_2 + R_1 R_2 + r_2 r_1 + r_2 R}{r_1 + r_2 + R_1}$$

$$= \frac{R_2 (r_1 + r_2 + R_1) + r_2 (R_1 + r_1)}{r_1 + r_2 + R_1}$$

$$\Rightarrow I'_2 = \frac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{r_1 + r_2 + R_1} \times \frac{r_1 + r_2 + R_1}{R_2 (r_1 + r_2 + R_1) + r_2 (R_1 + r_1)}$$

$$\Rightarrow I'_2 = \frac{r_2 E_1 + (r_1 + R_1) E_2}{R_2 (r_1 + r_2 + R_1) + r_2 (R_1 + r_1)}$$

2 – La puissance P_3 dissipée par la résistance R_2

on a $P_3 = R_2 I'_2 \times I'_2 = R_2 I'^2_2$

c'est une puissance dissipée par effet Joule.

Filières : SMP-SMA-SMC **Semestre 2**

Exercice I :

Soit le montage de la figure 1 avec les générateurs (E_1, r_1), (E_2, r_2), et X une résistance:

1) Calculer les intensités des courants I_1 et I_2
2) calculer le courant I dans la résistance X:
   a) par application du théorème de superposition
   b) par application du théorème de Thevenin

Exercice II :

Soient deux sphères S_1 et S_2 concentriques conductrices, placées dans le vide (voir figure 2). S_1 est pleine de rayon R_1, S_2 est creuse et infiniment mince de rayon R_2. ($R_{2i} = R_{2e} = R_2$)

1) S_1 et S_2 sont reliées par un fil conducteur et portées au potentiel V, calculer les charges Q_1 de la sphère S_1, Q_{2i} de la face interne de S_2 et Q_{2e} de la face externe de S_2
2) Le fil est maintenant rompu; S_1 est portée au potentiel V_1 et S_2 est portée au potentiel V_2 tels que $V_1 \neq V_2$. Donner les charges Q'_1, Q'_{2i} et Q'_{2e} en fonction de R_1, R_2, V_1 et V_2
3) En déduire la capacité du condensateur ainsi formé.

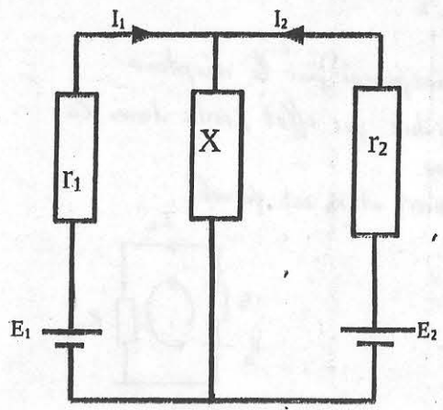


Figure 1

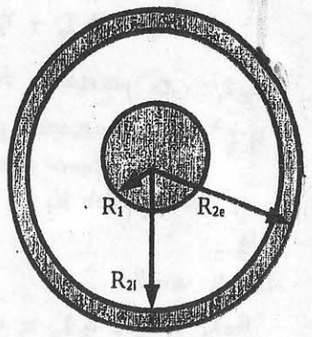
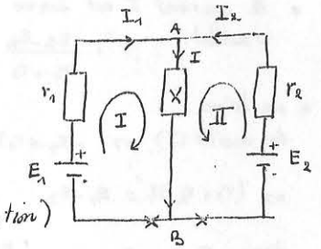


Figure 2

Correction :

Exercice 1 :



1/ calculons I_1 et I_2

+ pour I_1 et I_2

* loi des noeuds

noeud A → $I_1 + I_2 = I$

noeud B → $I = I_1 + I_2$ (même équation)

$\Rightarrow I_1 + I_2 - I = 0$ (1)

* loi des mailles

dans le circuit il y a deux mailles indépendantes (I) et (II)

* maille (I)

$-E_1 + r_1 I_1 + X I = 0 \Rightarrow r_1 I_1 + X I = E_1$ (2)

* maille (II)

$-E_2 + r_2 I_2 + X I = 0 \Rightarrow r_2 I_2 + X I = E_2$ (3)

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 - I = 0 \\ r_1 I_1 + 0 + X I = E_1 \\ 0 + r_2 I_2 + X I = E_2 \end{cases} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ r_1 & 0 & X \\ 0 & r_2 & X \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 1\begin{vmatrix} 0 & X \\ r_2 & X \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} r_1 & X \\ 0 & X \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{vmatrix}$$

$$= -r_2 X - r_1 X - r_1 r_2$$

$$\Delta = -\left[X(r_1 + r_2) + r_1 r_2 \right]$$

pour I_1 $\qquad I_1 = \dfrac{\Delta I_1}{\Delta}$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ E_1 & 0 & X \\ E_2 & r_2 & X \end{vmatrix} = -1\left(E_1 X - E_2 X \right) - E_1 E_2 = -\left[X(E_1 + E_2) + E_1 E_2 \right]$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{X(E_1 + E_2) + E_1 E_2}{X(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$$

pour I_2 $\qquad I_2 = \dfrac{\Delta I_2}{\Delta}$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ r_1 & E_1 & X \\ 0 & E_2 & X \end{vmatrix} = X E_1 - X E_2 - r_1 E_2 = X(E_1 - E_2) - r_1 E_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{X(E_1 - E_2) - r_1 E_2}{-\left(X(r_1 + r_2) + r_1 r_2 \right)} = \frac{r_1 E_2 - X(E_1 - E_2)}{X(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$$

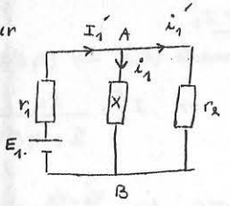
$$\Rightarrow I_2 = \frac{X(E_2 - E_1) + r_1 E_2}{X(r_1 + r_2) + r_1 r_2}$$

2/ calculon I le courant dans la résistance X

a - théorème de superposition

$I = i_1 + i_2$ les intensités des courants i_1 et i_2 se calculent à partir des états 1 et 2

Etat 1 : on considère le premier générateur E_1 débite un courant d'intensité I_1' dans l'ensemble de résistances X et r_2 en parallèle.

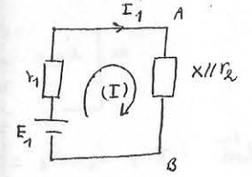


D'après la différence de potentiel entre les points A et B est telle que :

$$V_A - V_B = X i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{V_A - V_B}{X}$$

* $V_A - V_B = I_1' \times (X // r_2)$

$$= I_1' \frac{X r_2}{X + r_2}$$



- d'après la loi de Pouillet, on a

$$I_1' = \frac{E_1}{r_1 + (X // r_2)} = \frac{E_1}{r_1 + \dfrac{X r_2}{r_2 + X}}$$

- ou bien la maille (I) donne $r_1 I_1' + I_1'(X // r_2) - E_1 = 0$

$$\Rightarrow \left[r_1 + (X // r_2) \right] I_1' = E_1 \quad \text{avec} \quad X // r_2 = \frac{X r_2}{r_2 + X}$$

$$\Rightarrow I_1' = \frac{E_1}{r_1 + \dfrac{X r_2}{r_2 + X}}$$

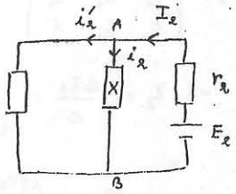
$\Rightarrow V_A - V_B = I_1 \frac{X \cdot r_2}{X + r_2} = \frac{E_1}{r_1 + \frac{X r_2}{r_2 + X}} \times \frac{X r_2}{X + r_2}$

$= \frac{E_1 (r_2 + X)}{r_1 r_2 + r_1 X + X r_2} \times \frac{X r_2}{X + r_2} = \frac{E_1 X r_2}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}$

$\Rightarrow$ donc $i_1 = \frac{V_A - V_B}{X} = \frac{E_1 X r_2}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)} \times \frac{1}{X}$

$$\Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{E_1 r_2}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}}$$

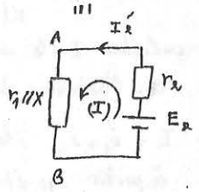
* Etat 2 : le générateur E_2 fonctionne seul



le générateur E_2 débite un courant d'intensité I'_2 dans l'ensemble de résistances r_1 et X en parallèle

La d.d.p entre les deux points A et B est telle que

$$V_A - V_B = X i'_2 \Rightarrow i'_2 = \frac{V_A - V_B}{X}$$



* $V_A - V_B = I'_2 (r_1 /\!/ X)$

$= I'_2 \frac{r_1 X}{r_1 + X}$

pour I'_2 :

La maille (I) $\Rightarrow (r_1 /\!/ X) I'_2 - E_2 + r_2 I'_2 = 0$ avec $r_1 /\!/ X = \frac{r_1 X}{r_1 + X}$

$$\Rightarrow I'_2 = \frac{E_2}{r_2 + r_1 /\!/ X} = \frac{E_2}{r_2 + \frac{r_1 X}{r_1 + X}} = \frac{E_2 (r_1 + X)}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}$$

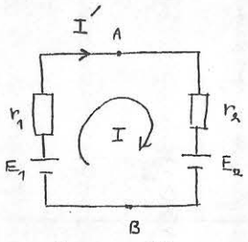
donc $i'_2 = \frac{V_A - V_B}{X} = \frac{I'_2}{X} \frac{r_1 X}{r_1 + X} = \frac{E_2 (r_1 + X) \times r_1}{[r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)](r_1 + X)}$

$$\Rightarrow \boxed{i'_2 = \frac{r_1 E_2}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}}$$

d'où $I = i_1 + i'_2 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}$

b - Application du théorème de Thévenin :

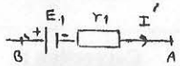
* On enlève la résistance X et on calcule la d.d.p $V_A - V_B$ à vide



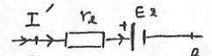
* Tension de thevenin E_{th}

$E_{th} = (V_A - V_B)$ à vide $= E_1 - r_1 I'$

ou $E_{th} = (V_A - V_B)$ à vide $= E_2 + r_2 I'$



$V_A - V_B = E_1 - r_1 I'$



$V_A - V_B = E_2 + r_2 I'$

* le courant I' est donné par la loi de pouillet : $I' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$

* ou bien

la maille (I) $\Rightarrow -E_1 + r_1 I' + r_2 I' + E_2 = 0$

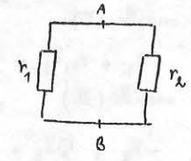
$\Rightarrow (r_1 + r_2) I' = E_1 - E_2 \Rightarrow I' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$

donc $E_{th} = E_2 + r_2 \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{E_2 r_1 + E_2 r_2 + r_2 E_1 - r_2 E_2}{r_1 + r_2}$

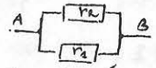
$$\Rightarrow E_{Th} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

* Résistance de thévenin R_{th}

on court-circuite les générateur E_1 et E_2

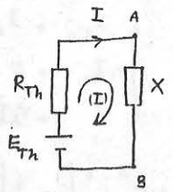


$R_{th} = r_1 /\!/ r_2 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$



* On remet la résistance X enlevée

maille (I) : $XI - E_{th} + R_{Th} I = 0$



$$\Rightarrow I = \frac{E_{th}}{R_{Th} + X} = \frac{(E_2 r_1 + r_2 E_1)/(r_1 + r_2)}{\frac{r_2 r_1}{r_1 + r_2} + X}$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_2 r_1 + r_2 E_1}{r_1 + r_2} \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + X(r_1 + r_2)}}$$

Exercice

Filières : SMP-SMA-SMC **Semestre 2**

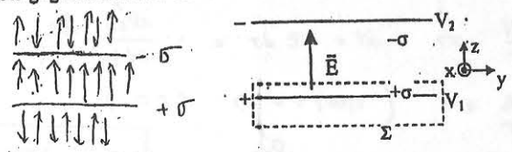
Exercice I :

1. Un condensateur plan est constitué de deux armatures A et B planes, de surface S et séparées par une distance e.
   Déterminer la capacité de ce condensateur.
2. Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique constitué de deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$) et de hauteur h.
3. Calculer la capacité d'un condensateur sphérique constitués de deux sphères concentriques de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$).

Correction :

Exercice I :

1. Condensateur plan
On néglige les effets de bord.



Tout plan perpendiculaire aux armatures est un plan de symétrie. Le champ $\vec{E}$ étant contenu dans ces plans, celui ci est perpendiculaire aux plaques. le champ est invariant par translation le long des axes Ox et Oy. Le champ électrostatique ne dépend que de z.

$$\vec{E} = E(z)\ \vec{e}_z$$

Les lignes de champ sont parallèles entre les deux armatures, par conséquent, le champ $\vec{E}$ est uniforme..

$$\vec{E} = E_{+\sigma} + E_{-\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_z}$$

– Circulation du champ électrostatique

$$\int \vec{E}.\vec{d\ell} = V_1 - V_2 \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{\sigma e}{\varepsilon_0}$$

– Expression de la capacité

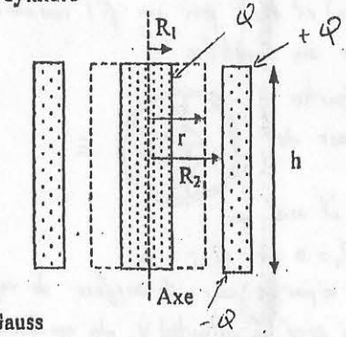
$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma S}{V_1 - V_2}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}}$$

2. Condensateur cylindrique
Soient deux cylindres infinis coaxiaux de rayons respectifs R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$.
L'armature interne porte la charge Q.

Le champ $\vec{E}$ est ,par raison de symétrie, radial (voir chapitre 1), on ne considère donc que la surface latérale du cylindre, le flux sortant par les bases étant nul.

Vue en coupe du cylindre



– Théorème de Gauss
On choisit comme surface de Gauss un cylindre de rayon r ($r > R_1$) et de hauteur h.

$$\oiint_S \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi rh = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rh}$$

– Circulation du champ électrostatique

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.\vec{dr} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\frac{dr}{r}$$

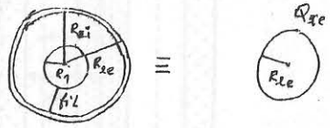
$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

On en déduit C : $C = \dfrac{Q}{V_1 - V_2}$

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}}$$

Exercice II :

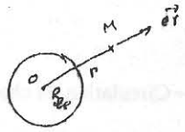
1 - Lorqu'on relie (S_1) et (S_2) par un fil conducteur on a qu'un seul conducteur en équilibre



$\equiv$

toute la charge est répartie sur la surface extérieur de rayon $R_{2e} = R_2$

* à l'intérieur, il n'a pas de charge donc $Q_1 = 0$ et $Q_{2i} = 0$
* toute la charge est répartie sur la surface de rayon R_{2e} cette charge Q_{2e} qui créé le potentiel V du conducteur.
* la distribution admet une symétrie sphérique donc le potentiel à l'extérieur est le même que celui créé par la charge Q_{2e} placé au centre O



- pour $r > R_{2e}$

$$V(r) = \frac{Q_{2e}}{4\pi\xi\, r}$$

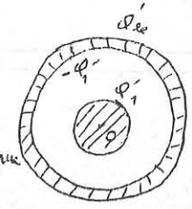
- pour $r = R_{2e} = R_2$

$$V(r = R_2) = V = \frac{Q_{2e}}{4\pi\xi R_2} \Rightarrow \boxed{Q_{2e} = 4\pi\xi R_2 V}$$

finalement $\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_{2i} = 0 \\ Q_{2e} = 4\pi\xi R_2 V \end{cases}$

2)

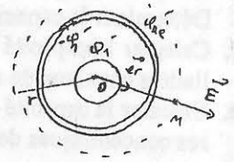
les deux conducteurs sont en influence total donc $Q'_{2i} = -Q'_1$



à l'extérieur

- la distribution admet une symétrie sphérique $\Rightarrow \vec{E} = E(r)\vec{e_r}$
- Surface de Gauss : la sphère de rayon r et de centre O

théorème de Gauss :



$$\phi = \oint_{Sg} E(r)\vec{e_r} \cdot ds\vec{e_r} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E S_g = \frac{Q'_1 - Q'_1 + Q'_{2e}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \times 4\pi r^2 = \frac{Q'_{2e}}{\varepsilon_0}$$

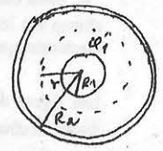
$$\Rightarrow E = \frac{Q'_{2e}}{4\pi\xi\, r^2}$$

$$E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E\,dr = -\frac{Q'_{2e}}{4\pi\xi r^2}\,dr$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q'_{2e}}{4\pi\xi r} + C \quad (V(\infty) = 0 \Rightarrow C = 0)$$

pour $r = R_{2e} = R_2 \Rightarrow V_2 = \frac{Q'_{2e}}{4\pi\xi R_2} \Rightarrow \boxed{Q'_{2e} = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V_2}$

pour $R_1 < r < R_2$



$$\Rightarrow \phi = E.S = \frac{Q'_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q'_1}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q'_1}{4\pi\xi r^2}$$

on a $\vec{E} = -\vec{grad}\, V \Rightarrow E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E\,dr$

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q'_1}{4\pi\xi r^2} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{+Q'_1}{4\pi\xi}\left[\frac{1}{r}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{Q'_1}{4\pi\xi}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{Q'_1}{4\pi\xi}\left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q'_1}{4\pi\xi}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right) \Rightarrow Q'_1 = 4\pi\varepsilon_0 (V_1 - V_2)\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

Alors $Q'_{2i} = -Q'_1 = -4\pi\xi (V_1 - V_2)\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

3/ par définition $C = \frac{Q'_1}{V_1 - V_2}$

$$\Rightarrow C = 4\pi\xi \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$