Université Hassan II de Casablanca
Faculté des Sciences et Techniques de
Mohammedia
Année Universitaire : 2016-2017

8,50

نماذج امتحانات

EXEMPLE EXAMENS

ELECTRICITE

CORRIGER

MIP - S2

FSTM COPIE CENTRE

FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE MOHAMMEDIA
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA

Examen S2 MIP, P123
Durée : 1H45 min

Année Universitaire 2017/2018

Pr. Z. SOFIANI

Ex. 1: Questions de Cours: 2 points

1- Quelle est la différence entre un champ électrique et un champ magnétique ?
2- Forces de Coulomb : Comment appelle-t-on cet état ?
   a. Deux charges de même signe;
   b. Deux charges de signes opposés.

Ex. 2: Distribution de charges discrètes: 5 points

On Considère 3 charges discrètes placées dans un repère cartésien, $q_1(0,2)$, $q_2(-2,0)$, $q_3(0,-2)$ et le point $M(6,2)$ dans l'espace.

1- Déterminer le module et le vecteur du champ électrique $\vec{E}$ en point M ?
2- Déterminer le potentiel U ?

Ex. 3: Lois de Kirchhoff: 5 points

1- Il y a combien de nœuds sur le circuit illustré dans la figure 1, écrire les équations associées ?
2- Ecrire les équations associées aux mailles dans le même circuit ?
3- Déterminer le courant électrique dans chaque résistance.

Ex. 4: Théorème de Gauss: 4 points

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrique $\vec{E}$ et le potentiel électrique U dans un condensateur cylindrique, Figure 2.

creux

Ex. 5: Force Magnétique: 4 points

Soit un Conducteur $C=QRSP$, de côté d, parcouru par un courant électrique I et placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\vec{J}$, Figure 3.

1- Déterminer la force magnétique pour chaque côté, $\vec{F}_{QR}$, $\vec{F}_{RS}$, $\vec{F}_{SP}$, $\vec{F}_{PQ}$?

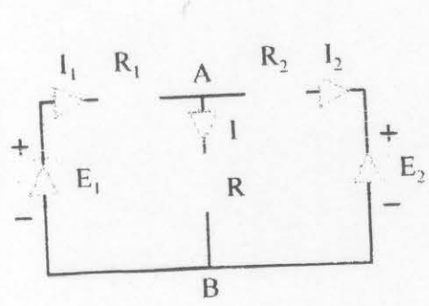


Figure 1.

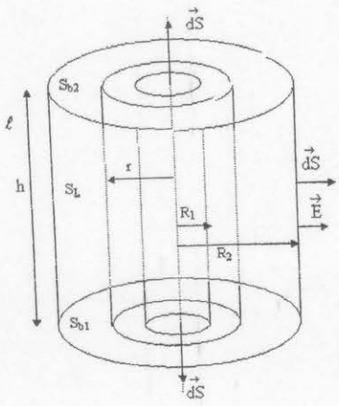


Figure 2.

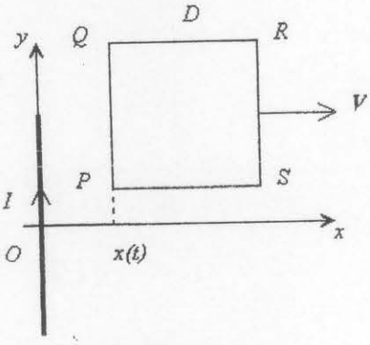


Figure 3.

جامعة الحسن الثاني بالدار البيضاء
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA

Examen S2 MIP, P123

Durée : 1h45mn

Année Universitaire 2016/2017

Pr. Z. SOFIANI

Exercice 1: Questions de Cours: **3 points**

1- Quelle est la différence entre un champ électrique et un champ magnétique ?
2- Forces de Coulomb : Comment appelle-t-on cet état ?
   a. Deux charges de même signe,
   b. Deux charge de signes opposés ;
3- Quelle est l'unité de ces quantités :
   a. Champ électrique E ?
   b. Force de Coulomb F ?
   c. Champ magnétique B ?

Exercice 2: Champ électrique: **5 points**

On Considère 3 charges électriques placées dans un repère cartésien, $q_1(0,1)$, $q_2(-1,0)$, $q_3(0,-1)$ et M(4,1).

1- Déterminer le module et le vecteur du champ électrique en point M?.
2- Déterminer le potentiel U?

Exercice 3: Circuit électrique: **5 points**

1- Déterminer le champ électrique dans chaque résistance dans figure 1.
2- Déterminer la capacité équivalente dans figure 2.

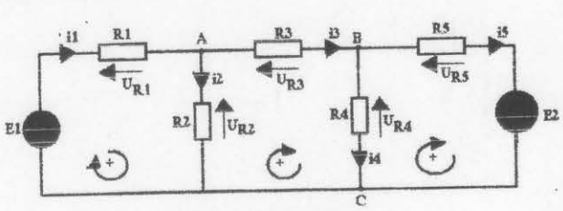


Figure 1 : Circuit électrique

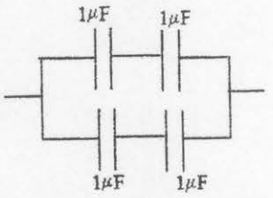


Figure 2 : Capacité équivalente

Exercice 4: Champ magnétique: **3 points**

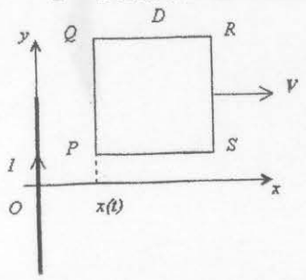
Une charge est en mouvement,

1- Déterminer le champ magnétique B?

Exercice 5: Force Magnétique: **4 points**

Soit un conducteur C=QRSP, de coté D, courant I et $\vec{B}=B_0\vec{J}$,

1- Déterminer la force magnétique pour chaque coté, F_{QR}, F_{RS}, F_{SP}, F_{PQ} ?



Bonne Chance



Université Hassan II de Casablanca

Faculté des Sciences et Techniques

Département de Physique

Examen. Module Electricité I. P123

I. On considère une boule partiellement creuse (figure. 1). L'espace entre R_1 et R_2 est uniformément chargé avec une densité volumique de charge ρ, ailleurs il n'y a pas de charges (vide). Pour l'étude, on utilise les coordonnées sphériques (r, ϕ, θ).

1. Montrer que par raison de symétrie $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$.

2. Déterminer l'expression du champ électrique dans tous les cas : $r<R_1$; $R_1<r<R_2$; $r>R_2$.

II. Un condensateur sphérique est constitué de deux sphères concentriques conductrices de rayons R_1 et R_2 ($R_1<R_2$) portants respectivement des charges surfaciques $+Q$ et $-Q$. On admet que le champ électrique entre les deux sphères est égale à $\vec{E} = \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{e_r}$.

1. En déduire l'expression de la différence de potentiel ΔU entre les deux conducteurs.

2. Déterminer l'expression de la capacité C.

III. Un conducteur cylindrique partiellement creux, de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2 (figure. 2) est parcouru par un courant électrique uniforme I.

Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ dans tous les cas possibles.

IV. On considère un conducteur sous forme d'une branche droite AB de longueur a et d'un demi cercle BC de rayon R; ABC est contenu dans le plan oyz (figure. 3). Le conducteur, parcouru par un courant électrique I, est exposé à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\vec{e_x}$.

Déterminer les forces de Laplace (norme et vecteur unitaire) exercées sur les branches AB et BC.

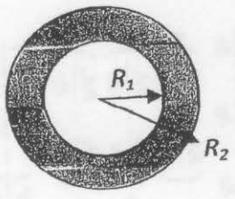


Fig. 1

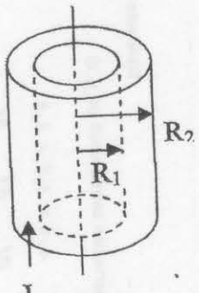


Fig.2

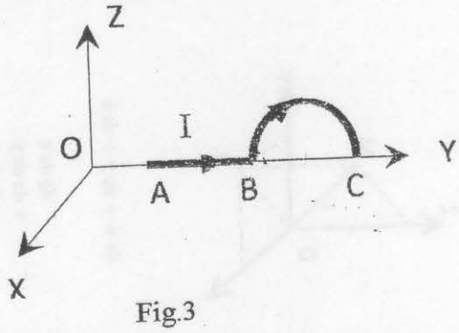
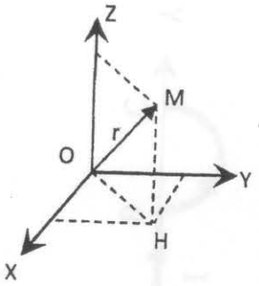


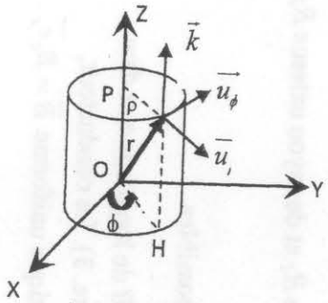
Fig.3

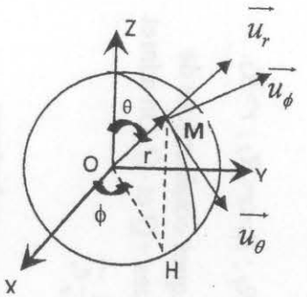
Durée : 1h30mn ; Barème : I : 5 pts ; II : 5 pts ; III : 5 pts ; IV : 5 pts.

Pr. R. Mountasser

Le 28/05/2018







Differential displacement $d\vec{\ell}$[1]	$dx\,\hat{\mathbf{x}} + dy\,\hat{\mathbf{y}} + dz\,\hat{\mathbf{z}}$	$d\rho\,\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} + dz\,\hat{\mathbf{z}}$	$dr\,\hat{\mathbf{r}} + r\,d\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} - r\sin\theta\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Differential normal area $d\mathbf{S}$	$dy\,dz\,\hat{\mathbf{x}}$ $+ dx\,dz\,\hat{\mathbf{y}}$ $+ dx\,dy\,\hat{\mathbf{z}}$	$\rho\,d\varphi\,dz\,\hat{\boldsymbol{\rho}}$ $+ d\rho\,dz\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ $+ \rho\,d\rho\,d\varphi\,\hat{\mathbf{z}}$	$r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi\,\hat{\mathbf{r}}$ $+ r\sin\theta\,dr\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$ $+ r\,dr\,d\theta\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Differential volume $d\vec{V}$[1]	$dx\,dy\,dz$	$\rho\,d\rho\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi$

Table with the del operator in cartesian, cylindrical and spherical coordinates

Operation	**Cartesian coordinates** (x, y, z)	**Cylindrical coordinates** (ρ, φ, z)	**Spherical coordinates** (r, θ, φ), **where** θ **is the polar and** φ **is the azimuthal angle**[c]
A vector field $\mathbf{A}$	$A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + A_\varphi\hat{\boldsymbol{\varphi}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_r\hat{\mathbf{r}} + A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + A_\varphi\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Gradient ∇f[1]	$\dfrac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \dfrac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\dfrac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\boldsymbol{\varphi}} + \dfrac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\dfrac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Divergence $\nabla \cdot \mathbf{A}$[3]	$\dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$	$\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial (\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$	$\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
Curl $\nabla \times \mathbf{A}$[3]	$\left(\dfrac{\partial A_z}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{x}}$ $+ \left(\dfrac{\partial A_x}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{\mathbf{y}}$ $+ \left(\dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{\mathbf{z}}$	$\left(\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{\boldsymbol{\rho}}$ $+ \left(\dfrac{\partial A_\rho}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial \rho}\right)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ $+ \dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial (\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \dfrac{\partial A_\rho}{\partial \varphi}\right)\hat{\mathbf{z}}$	$\dfrac{1}{r\sin\theta}\left(\dfrac{\partial}{\partial \theta}(A_\varphi \sin\theta) - \dfrac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right)\hat{\mathbf{r}}$ $+ \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \dfrac{\partial}{\partial r}(r A_\varphi)\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}$ $+ \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial}{\partial r}(r A_\theta) - \dfrac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Laplace operator $\nabla^2 f \equiv \Delta f$[3]	$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\dfrac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2\dfrac{\partial f}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \dfrac{1}{r^2\sin^2\theta}\dfrac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$

Examen d'électricité
(P123)
Le 28/05/2018

Exercice n°(1) :

1°. • les plans $\Pi_1 = (M, \vec{e_x}, \vec{e_\theta})$, $\Pi_2 = (M, \vec{e_x}, \vec{e_\varphi})$ sont deux plan de symétrie de la distribution des charges, donc :

$$\Leftrightarrow \vec{E} \in (\Pi_1 \cap \Pi_2)$$
$$\Leftrightarrow \vec{E} \parallel \vec{e_x} \quad (1)$$

• la distribution des charges est Invariante par toute rotation autour de tous les axes, donc :

$$E(x, \varphi, \theta) = E(x) \quad (2)$$

• d'après (1) et (2), On déduit que :

$$\vec{E} = E(x)\,\vec{e_x}$$

2°. On va appliquer le théorème de Gauss :

1ère Étape (symétrie et Invariances)

D'après question 1°. On a :

$$\vec{E} = E(x)\,\vec{e_x}$$

2ème Étape (choix de la surface de Gauss et Calcul de $\Phi(\vec{E})$)

On sphère (Γ) de rayon x et de Centre O, est adapté à la Géométrie du problème Comme Surface de Gauss :

On a

$$\Phi(\vec{E}) = \iint_{(\Gamma)} \vec{E}\cdot d\vec{s}$$
$$= \iint_{(\Gamma)} E(x)\,\vec{e_x}\cdot d\vec{s}\,\vec{e_x} \quad (1)$$
$$= E(x) \iint_{(\Gamma)} ds$$
$$= 4\pi x^2 E(x)$$

(1) • $\vec{e_x}\cdot\vec{e_x} = 1$
• $E(x)$ a la même valeur sur la surface.

Alors $\Phi(\vec{E}) = 4\pi x^2 E(x)$

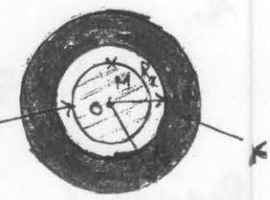
3ème Étape (Application du théorème de Gauss)

3 Cas sont distinguent :

→ Cas n°1 : $x < R_1$

• On a d'après Gauss :

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$



où | • $\Phi(\vec{E}) = 4\pi x^2 E(x)$
| • $Q_{int} = 0$

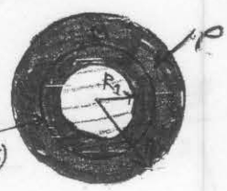
Alors :

$$\vec{E}(M) = \vec{0}$$

→ Cas n°2 : $R_1 < x < R_2$

• On a d'après Gauss :

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$



où :
• $\Phi(\vec{E}) = 4\pi x^2 E(x)$
• $Q_{int} = \rho \iiint_{(\Gamma)} dV$
$= \rho\left(\frac{4}{3}\pi x^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3\right)$
$= \frac{4\pi}{3}\rho\left(x^3 - R_1^3\right)$

Alors :

$$\Leftrightarrow 4\pi x^2 E(x) = \frac{4\pi}{3\varepsilon_0}\rho\left(x^3 - R_1^3\right)$$
$$\Leftrightarrow E(x) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{x^3 - R_1^3}{x^2}\right)$$

Alors $\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{x^3 - R_1^3}{x^2}\right)\cdot\vec{e_x}$

→ Cas n°3 : $x > R_2$

• On a d'après Gauss :

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Or

- $\Phi(\vec{E}) = 4\pi\lambda^2 E(\lambda)$
- $Q_{int} = \rho \iiint_{(\pi)} dV$

$= \rho\left(\frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3\right)$

$= \frac{4\pi\rho}{3}\left(R_2^3 - R_1^3\right)$

Alors :

$\Leftrightarrow 4\pi\lambda^2 E(\lambda) = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}\left(R_2^3 - R_1^3\right)$

$\Leftrightarrow E(\lambda) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(R_2^3 - R_1^3\right)\cdot\frac{1}{\lambda^2}$



Alors

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(R_2^3 - R_1^3\right)\cdot\frac{1}{\lambda^2}\vec{e_\lambda}$$

Remarque :

- surface d'Un sphère (o,R) est :
$$S = 4\pi . R^2$$
- Volume d'Un sphère (o,R) est :
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Exercice n° (2) :

1/ On a par définition :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\left(U(M)\right)$$

d'où :

$$\Delta U = -\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.\vec{dl}$$

où

- $\vec{E} = \frac{+Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{\lambda^2}\vec{e_\lambda}$
- En sphérique :
$$\vec{dl} = d\lambda\,\vec{e_\lambda} + \lambda\, d\theta\,\vec{e_\theta} + \lambda\sin(\theta)\,d\varphi\,\vec{e_\varphi}$$

Alors

$$\Delta U = -\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\lambda^2}d\lambda$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\lambda}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)$$

Car

$\vec{e_\lambda}.\vec{e_\lambda} = 1$

$\vec{e_\lambda}.\vec{e_\varphi} = 0$

$\vec{e_\lambda}.\vec{e_\theta} = 0$

Alors

$$\Delta U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)$$

2/ On a par définition :

$$C = +\frac{Q}{|\Delta U|}$$

$$= \frac{+Q}{\left|\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{(R_1 - R_2)}{R_1 R_2}\right|}$$

$$= \frac{|4\pi\varepsilon . R_1 . R_2|}{|R_1 - R_2|}$$

Alors

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 . R_2}{|R_2 - R_1|}$$

Remarque :

... à Grand distance On a :

- $R_1 \simeq R_2$
- $R_2 - R_1 \simeq e$

d'où : $C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}{e}$

$= \varepsilon_0 . \frac{S}{d}$

Exercice n°(3) :

On va appliquer le théorème d'Ampère :

1ère Étape (symétrie et Invariance)

- d'après la règle de la main droite, On déduit
$$\vec{B}(M) \,//\, \vec{e_\theta} \quad (1)$$
- la distribution des Courants est Invariante par rotation autour de l'axe (oz), et par translation suivant z, d'où : $B(\lambda,\theta,z) = B(\lambda)$ (2)
- d'après (1) et (2) On déduit que :

$$\vec{B}(M) = B(\lambda)\,\vec{e_\theta}$$

2ème Etape (choix de Contour d'Ampère et Calcule de Circulation $C(\vec{B})$)

- Si Calcule (T) le rayon λ et le Calcule H (projection orthogonal du point M sur l'axe(oz)), est adapté à la Géométrie du problème Comme Contour d'Ampère.

- On a par définition :

$$C(\vec{B}) = \oint_{(T)} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl}$$

$$= \oint_{(T)} B \cdot \vec{e}_\theta \cdot dl \, \vec{e}_\theta$$

$$= B(\lambda) \oint_{(T)} dl$$

$$= 2\pi\lambda \, B(\lambda)$$

Alors

$$C(\vec{B}) = 2\pi\lambda \, B(\lambda)$$

3ème Etape (Application du théorème d'Ampère)

3 Cas sont distinguant :

→ Cas n°1 : $\lambda < R_1$

On a d'après Ampère :

$$C(\vec{B}) = \mu_0 \sum I_{enlacé \text{ algébrique}}$$

or $\begin{cases} \circ\ C(\vec{B}) = 2\pi\lambda B(\lambda) \\ \circ\ \sum I_{enlacé} = 0 \end{cases}$

Alors : $\overrightarrow{B(M)} = \vec{0}$

→ Cas n°2 : $R_1 < \lambda < R_2$

On a d'après Ampère :

$$C(\vec{B}) = \mu_0 \sum I_{enlacé \text{ algébrique}}$$

or $\begin{cases} \circ\ C(\vec{B}) = 2\pi\lambda B(\lambda) \\ \circ\ \sum I_{enlacé} = i \end{cases}$

$= I \cdot \left(\frac{\lambda^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)$

On a par définition du vecteur densité :

$$\Leftrightarrow j = \frac{\text{Courant}}{\text{section}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{i}{S} = \frac{I}{S}$$

$$\Leftrightarrow \frac{i}{\pi(\lambda^2 - R_1^2)} = \frac{I}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\Leftrightarrow i = I \cdot \left(\frac{\lambda^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)$$

Alors :

$$\Leftrightarrow 2\pi\lambda B(\lambda) = \mu_0 I \left(\frac{\lambda^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow B(\lambda) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(R_2^2 - R_1^2)} \cdot \left(\frac{\lambda^2 - R_1^2}{\lambda} \right)$$

Alors :

$$\overrightarrow{B(M)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(R_2^2 - R_1^2)} \cdot \left(\frac{\lambda^2 - R_1^2}{\lambda} \right)$$

→ Cas n°3 : $\lambda > R_2$

On a d'après Ampère :

$$C(\vec{B}) = \mu_0 \sum I_{enlacé \text{ algébrique}}$$

or $\begin{cases} \circ\ C(\vec{B}) = 2\pi\lambda B(\lambda) \\ \circ\ \sum I_{enlacé} = I \end{cases}$

Alors :

$$\Leftrightarrow 2\pi\lambda B(\lambda) = \mu_0 I$$

$$\Leftrightarrow B(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

Alors

$$\overrightarrow{B(M)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

• Sur la branche (AB) :

On a d'après Laplace :

$$\vec{F}_{(AB)} = I \int_{(AB)} \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

OK
- $\vec{dl} = dl\,\vec{e_{xf}}$ (Graphiquement)
- $\vec{B} = B_0 \vec{e_x}$

Donc :

$$\vec{F}_{(AB)} = I \int_{(AB)} dl\,\vec{e_{xf}} \wedge B_0 \vec{e_x}$$

$$= I \int_{(AB)} dl\, B_0 \left(\vec{e_{xf}} \wedge \vec{e_x}\right)$$

$$= -I B_0 AB\, \vec{e_z}$$

Alors $\vec{F}_{(AB)} = -I B_0 AB\, \vec{e_z}$

Donc :

→ Norme de $\vec{F}_{(AB)}$: $\|\vec{F}_{(AB)}\| = I \cdot B_0 \cdot AB$

→ Vecteur Unitaire : $\vec{F}_{(AB)} \,//\, \vec{e_z}$

Sur la branche (BC) :

On a d'après Laplace :

$$\vec{F}_{(BC)} = I \int_{(BC)} \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

OK :
- $\vec{B} = B_0 \vec{e_x}$
- $\vec{dl} = dl\,\vec{e_\theta}$ (Car le Courant I tourne autour d'Un demi-Cercle)
  $= dl\left(-\sin(\theta)\vec{e_x} + \cos(\theta)\vec{e_{xf}}\right)$

Donc :

$$\vec{F}_{(BC)} = I \int_{(BC)} dl\left(-\sin(\theta)\vec{e_x} + \cos(\theta)\vec{e_{xf}}\right) \wedge B_0 \vec{e_x}$$

$$= -I B_0 \int_{(BC)} \cos(\theta)\, dl\, \vec{e_z}$$

$$= \left(-I B_0 \cos(\theta) \int_{(BC)} dl\right) \vec{e_z}$$

$$= -I B_0 \cdot AB \cos(\theta)\, \vec{e_z}$$

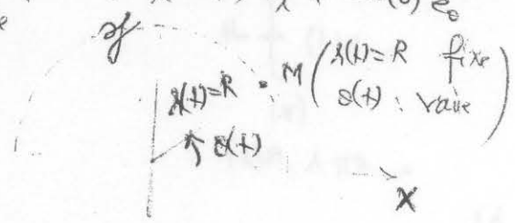
Alors

$$\vec{F}_{(BC)} = -I B_0 AB \cos(\theta)\, \vec{e_z}$$

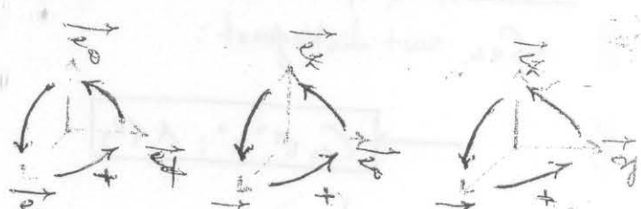
Remarque :

•• $(\vec{e_x}, \vec{e_{xf}})$ en fonction de $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ et vice-versa :
- $\vec{e_r} = \cos(\theta)\vec{e_x} + \sin(\theta)\vec{e_{xf}}$
- $\vec{e_\theta} = -\sin(\theta)\vec{e_x} + \cos(\theta)\vec{e_{xf}}$
- $\vec{e_x} = \cos(\theta)\vec{e_r} - \sin(\theta)\vec{e_\theta}$
- $\vec{e_{xf}} = \sin(\theta)\vec{e_r} + \cos(\theta)\vec{e_\theta}$

Dans notre Cas :



••• produit Vectoriel de deux Vecteur :



• $\vec{e_\theta} \wedge \vec{e_r} = \vec{e_{xf}}$	• $\vec{e_\theta} \wedge \vec{e_x} = \vec{e_r}$	• $\vec{e_x} \wedge \vec{e_{xf}} = \vec{e_z}$
• $\vec{e_{xf}} \wedge \vec{e_\theta} = -\vec{e_r}$	• $\vec{e_r} \wedge \vec{e_z} = -\vec{e_\theta}$	• $\vec{e_{xf}} \wedge \vec{e_z} = -\vec{e_x}$

et par définition :

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\| \sin(\theta)\vec{u} \quad \text{avec} \quad \left(\theta = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})\right)$$

avec $\vec{u} \perp$ plan $\Pi_1 = (\vec{a}, \vec{b})$

Réalisé par :

BEN YOUSSEF

Université Hassan II de Casablanca

Faculté des Sciences et Techniques

Département de Physique.

Epreuve de Rattrapage. Module Electricité (P123)

I. Une ligne circulaire, de centre O, de rayon R, d'axe OZ, est uniformément chargée, sa densité de charge linéique est λ. Un point M est situé sur OZ à la distance z de O.

1) Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ au point M.

2) Déterminer par le calcul direct le potentiel électrostatique U au point M.

3) Retrouver l'expression de $\vec{E}$ à partir de celle de U.

II. Un tore de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2, est constitué de N spires jointives circulaire identiques de rayon a. Le tore est parcouru par un courant électrique I.

1) Déterminer le champ magnétique à l'intérieur du tore.

2) Déterminer l'inductance propre du tore.

III. Une spire circulaire de rayon R, d'axe OZ, est traversée par un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{k}$.

1) Déterminer l'expression de la force électromotrice induite dans la spire.

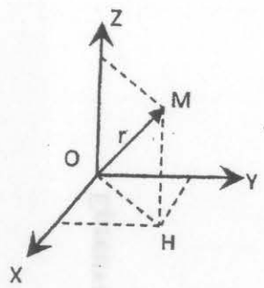
2) En déduire l'expression du champ électrique (électromoteur) induit dans la spire.

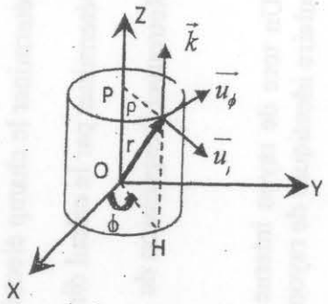
Durée 1h30mn

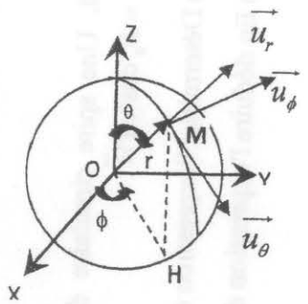
Barème : I : 9 pts ; II : 6 pts ; III : 5 pts.

Pr. R. Mountasser

Le 6/06/2018







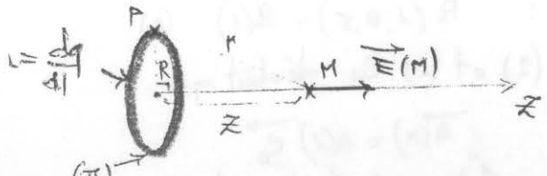
Differential displacement $d\ell$[1]	$dx\,\hat{\mathbf{x}} + dy\,\hat{\mathbf{y}} + dz\,\hat{\mathbf{z}}$	$d\rho\,\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} + dz\,\hat{\mathbf{z}}$	$dr\,\hat{\mathbf{r}} + r\,d\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} - r\sin\theta\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Differential normal area $d\mathbf{S}$	$dy\,dz\,\hat{\mathbf{x}} + dx\,dz\,\hat{\mathbf{y}} + dx\,dy\,\hat{\mathbf{z}}$	$\rho\,d\varphi\,dz\,\hat{\boldsymbol{\rho}} + d\rho\,dz\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} + \rho\,d\rho\,d\varphi\,\hat{\mathbf{z}}$	$r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi\,\hat{\mathbf{r}} + r\sin\theta\,dr\,d\varphi\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\,dr\,d\theta\,\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Differential volume $d\mathcal{V}$[1]	$dx\,dy\,dz$	$\rho\,d\rho\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi$

Table with the del operator in cartesian, cylindrical and spherical coordinates

Operation	Cartesian coordinates (x, y, z)	Cylindrical coordinates (ρ, φ, z)	Spherical coordinates (r, θ, φ), where θ is the polar and φ is the azimuthal angle[2]
A vector field $\mathbf{A}$	$A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + A_\varphi\hat{\boldsymbol{\varphi}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_r\hat{\mathbf{r}} + A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + A_\varphi\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Gradient ∇f[1]	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\boldsymbol{\varphi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Divergence $\nabla \cdot \mathbf{A}$[1]	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial (\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
Curl $\nabla \times \mathbf{A}$[1]	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{\mathbf{z}}$	$\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right)\hat{\boldsymbol{\varphi}} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial (\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi}\right)\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\varphi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right)\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\hat{\boldsymbol{\varphi}}$
Laplace operator $\nabla^2 f \equiv \Delta f$[1]	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$

Examen de Rattrapage
Electricité P123
Le 06/06/2018.

Exercice n°(1) :



1/ • les plans $\Pi_1 = (\quad)$, $\Pi_2 = (\quad)$, sont deux plan de symétrie de la distribution des charges, donc

$\Leftrightarrow \vec{E} \in (\Pi_1 \cap \Pi_2)$

$\Leftrightarrow \vec{E} \parallel \vec{e_z}$

• On a par définition :

$q \xrightarrow{\text{Cause}} \vec{E}$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{(T)} \frac{dq}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{(T)} \frac{\lambda\, dl \cos(\theta)}{r^2} \vec{e_r}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cos(\theta)}{r^2} \oint_{(T)} dl \, \vec{e_r}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cos(\theta)}{r^2} 2\pi R \, \vec{e_r}$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{\cos(\theta)}{r^2} \vec{e_r}$$

or :
- $r^2 = z^2 + R^2$
- $\cos(\theta) = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$

Alors :

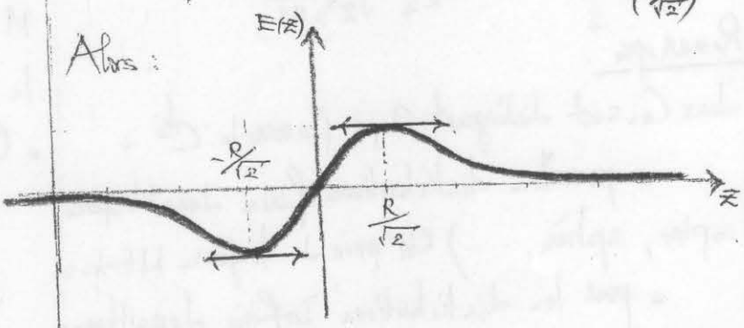
$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \vec{e_z}$$

Remarque : (pour mieux comprendre)

Comme :
- $E_z(z=0) = 0$
- $\lim_{z \to \pm\infty} E(z) = 0$
- $E(-z) = -E(z)$
- $\forall z \in \mathbb{R}$, $E'(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R^2 - 2z^2}{\sqrt{z^2+R^2}\,(z^2+R^2)^2}$

z	$-\infty$		$-R/\sqrt{2}$		$R/\sqrt{2}$		$+\infty$
$E'(z)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$E(z)$	0	↘	$-E(R/\sqrt{2})$	↗	$E(R/\sqrt{2})$	↘	0

Alors :



2/ On a par définition :

$$U(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{(T)} \frac{dq}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{(T)} \frac{dl}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} 2\pi R \cdot \frac{1}{r}$$

$$= \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

d'après pythagore $r = \sqrt{z^2+R^2}$

Alors

$$U(z) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

3/ On a par définition :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U(M)) \quad \text{donc :}$$

$$U(z) = -\int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

où
- $\vec{E}(M) = E(z)\,\vec{e_z}$
- En Cylindrique : $\vec{dl} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta} + dz\,\vec{e_z}$

$$V(z) = -\int E(z)\,dz$$

$$= -\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\int \frac{z\,dz}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= -\frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\int (R^2+z^2)'(R^2+z^2)^{-3/2}\,dz$$

$$= -\frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\cdot\frac{(R^2+z^2)^{1-3/2}}{1-3/2} + C^{te}$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}} + C^{te}$$

par laison de cohérence $C^{te} = 0$

Alors :

$$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

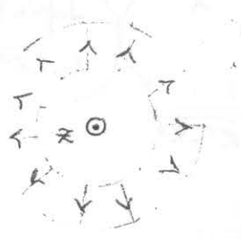
Remarque :

deux Cas sont distinguent Ce qui Concerne la C^{te} :

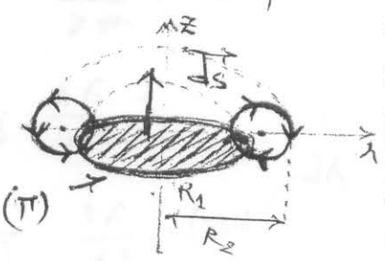
- pour les distributions finis dans l'espace (spire, sphère, ...) On prend toujours $V(\infty)=0$.
- pour les distributions Infinie dans l'espace (plan Infini, fil Infini, ...) On choisi $V(M_0)=0$ avec M_0 changé avec les Coordonnées et l'expression du potentiel.

Exercice n°2 :

Vue en dessus



Vue en Coupe :



1) l'orientation du Courant I dans la bobine torique est Ch choix puisqu'il n'a pas été mentionnée dans l'enoncé

1/ Ch va appliquer le théorème d'Ampère :

1ère Etape : (symétrie et Invariances)

- d'après la règle de la main droit On déduit que :

$$\vec{B} \parallel \vec{e_\theta} \quad (1)$$

- la distribution des Courants est Invariant par rotation autour de l'axe (oz) et par translation suivant z, d'où : $B(r,\theta,z) = B(r)$ (2)
- d'après (1) et (2) On déduit que :

$$\vec{B}(M) = B(r)\,\vec{e_\theta}$$

2ème Etape : (choix de la Contour d'Ampère et Calcul de Circulation)

- Ch Cercle (T) de Centre H (projection orthogonale du point M sur l'axe (oz)) et de Rayon r est adapté à la Géométrie du problème Comme Contour d'Ampère
- On a :

$$C(\vec{B}) = \oint_{(T)} \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

$$= \oint_{(T)} B(r)\,dl\cos(\theta) \quad (\text{avec } \theta = \widehat{(\vec{B},\vec{dl})} = 1)$$

$$= B(r)\oint_{(T)} dl$$

$$= 2\pi r B(r)$$

Alors $C(\vec{B}) = 2\pi r B(r)$

3ème Etape : (Application du théorème d'Ampère)

On a d'après Ampère :

$$C(\vec{B}) = \mu_0 \sum I_{enlacé\ algébrique}$$

or
- $C(\vec{B}) = 2\pi r B(r)$
- $\sum I_{enlacé\ alg} = +NI$

Alors $\Leftrightarrow 2\pi r B(r) = \mu_0 NI$

$\Leftrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 NI}{2\pi}\cdot\frac{1}{r}$

Alors :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi}\cdot\frac{1}{r}\vec{e_\theta}$$

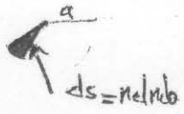
1/ On a par definition :

$$L = \frac{1}{I}\phi(\vec{B})$$

$$= \frac{N}{I}\iint_{1\,spire} \vec{B}\cdot\vec{ds}$$

$$= \frac{N}{I}\iint_{1\,spire} B\,ds\cos(\theta)^{1} \quad \left(avec\ \theta = 0 = (\vec{B},\vec{dc})\right)$$

$$= \frac{N}{I}\int\int \frac{\mu_0 N I}{2\pi\lambda}\, r\,dr\,d\theta$$



$$= \frac{\mu_0 N^2}{2\pi}\int_0^a dr\int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 N^2}{2\pi}\cdot a\cdot 2\pi$$

Alors

$$L = \mu_0 N^2 a$$

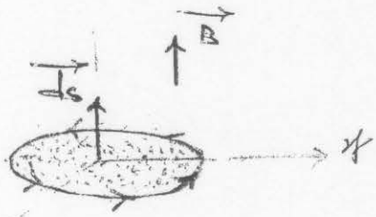
Remarque :

par définition le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos(\theta)$$



Exercice n°(3) :



1/ On a par définition :

$$e = -\frac{d}{dt}\phi(\vec{B})$$

or : $\phi(\vec{B}) = \iint_{spire} \vec{B}\cdot\vec{ds}$

$$= \iint_{spire} B\,ds\cos(\theta)^{1} \quad \left(\theta = (\vec{B},\vec{dc}) = 0\right)$$

$$= B_0\cos(\omega t)\iint ds$$

$$= B_0\cos(\omega t)\cdot\pi R^2$$

d'où :

$$e = -\frac{d}{dt}\left(B_0\cos(\omega t)\cdot\pi R^2\right)$$

$$= B_0\omega\pi R^2\sin(\omega t)$$

Alors

$$e = \pi R^2 B_0\omega\sin(\omega t)$$

2/

Réalisé par :

BEN YOUSSEF

Université Hassan II de Casablanca

Faculté des Sciences et Techniques Mohammedia

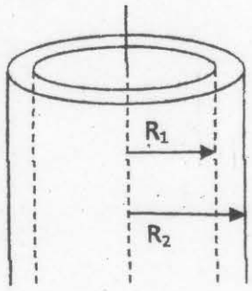
Département de Physique.

Epreuve de Rattrapage - Module Electricité I (P123).

I. Une distribution de charge volumique, de densité de charge ρ, est répartie uniformément sur un conducteur cylindrique infini creux de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2.

1. Déterminer le champ électrostatique en tout point M situé à la distance r de l'axe du conducteur (trois cas).

2. En déduire le potentiel électrostatique $U(M)$ dans les trois cas.

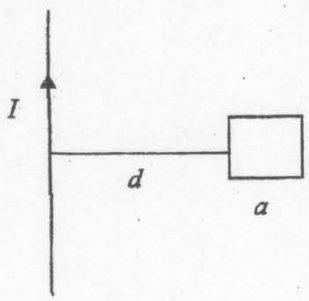


II. Un fil filiforme infini est parcouru par un courant électrique I.

1. a) Déterminer le champ magnétique $\boldsymbol{B}$ en tout point M situé à la distance r de l'axe du conducteur. B) En déduire le potentiel vecteur.

2. I varie sinusoïdalement dans le temps $I=I_0\cos(\omega t)$. Une spire conductrice carrée de côté a est placée à la distance d du fil. Le fil et la spire sont situés dans le même plan.

a) Déterminer le flux magnétique dans la spire. B) En déduire la force électromotrice induite dans la spire.



Barème : I : 5-5 ; II : 5-5

Durée : 1h30mn

13/01/2016

Pr. R. Mountasser

Examen de Rattrapage
Electricité P123
Le : 13/01/2016

Exercice n° (1):

1ère Etape (symétrie et Invariances)

- Les plans $\Pi_1=(M,\vec{e_r},\vec{e_x})$, $\Pi_2=(M,\vec{e_r},\vec{e_\varphi})$ sont deux plans de symétries de la distribution des charges donc : $\Leftrightarrow \vec{E}\in(\Pi_1\cap\Pi_2)$
$\Leftrightarrow \vec{E}\parallel\vec{e_r}$ (1)
- la distribution des charges est Invariante par translation suivant z et par rotation autour de (oz) : d'où : $E(r,\theta,z)=E(r)$ (2)
- d'après (1) et (2) On déduit que :
$$\vec{E}(M)=E(r)\,\vec{e_r}$$

2ème Etape (choix de la surface de Gauss et Calcul de $\Phi(\vec{E})$)

- On Cylindre(T) de rayon r et de hauteur h est adapté à la Géométrie du problème Comme surface de Gauss.
- On a : $\Phi(\vec{E})=\iint_{(T)}\vec{E}.\vec{ds}$
$=\iint\vec{E}.\vec{ds_1}+\iint\vec{E}.\vec{ds_2}+\iint\vec{E}.\vec{ds_3}$
$=\iint E(r)ds_3\cos(0)$ (car $\vec{E}\perp\vec{ds_1}$)
$=E(r)\iint ds_3$
$=2\pi rh\,E(r)$

Alors :
$$\Phi(\vec{E})=2\pi rh\,E(r)$$

3ème Etape (Application du théorème de Gauss)

- Cas n° 1 : $R_1>r$
- On a d'après Gauss :
$$\Phi(\vec{E})=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$
or
- $\Phi(\vec{E})=2\pi rhE(r)$
- $Q_{int}=0$
d'où
$$\vec{E}(M)=\vec{0}$$

- Cas n° 2 : $R_1<r<R_2$
- On a d'après Gauss :
$$\Phi(\vec{E})=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$
or
- $\Phi(\vec{E})=2\pi rhE(r)$
- $Q_{int}=\rho\iiint_{(T)}dv$
$=\rho\left(\pi r^2h-\pi R_1^2h\right)$
$=\pi h\rho\left(r^2-R_1^2\right)$

d'où : $\Leftrightarrow 2\pi rhE(r)=\frac{\pi h\rho}{\varepsilon_0}(r^2-R_1^2)$
$\Leftrightarrow E(r)=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}.\left(\frac{r^2-R_1^2}{r}\right)$
Alors
$$\vec{E}=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(\frac{r^2-R_1^2}{r}\right)\vec{e_r}$$

- Cas n° 3 : $r>R_2$
- On a d'après Gauss :
$$\Phi(\vec{E})=\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$
or
- $\Phi(\vec{E})=2\pi rhE(r)$
- $Q_{int}=\rho\iiint_{(T)}dv$
$=\rho\left(\pi R_2^2h-\pi R_1^2h\right)$
$=\pi h\rho\left(R_2^2-R_1^2\right)$

d'où : $\Leftrightarrow 2\pi rhE(r)=\frac{\pi h\rho}{\varepsilon_0}\left(R_2^2-R_1^2\right)$

Alors

$$\overrightarrow{E(M)} = \frac{\rho(R_2^2 - R_1^2)}{2\varepsilon} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

2/ ≡

- **Cas n° (1) : $R_1 > r$**

On a par définition :

$\Leftrightarrow \overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}(U)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{0} = -\overrightarrow{grad}(U(M))$

$\Leftrightarrow U(r) = 0$

Alors $\left(\text{On choisit } M\begin{pmatrix}\lambda=0\\ \theta=0\\ z=0\end{pmatrix} = 0\right)$

$$U(r) = 0$$

- **Cas n° (2) : $R_1 < r < R_2$**

On a par définition :

$\Leftrightarrow \overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}(U(M))$ donc

$\Leftrightarrow U(\lambda) = -\int \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl}$

$$= -\int \left(E(\lambda)\overrightarrow{e_\lambda}\right).\left(d\lambda\overrightarrow{e_\lambda} + \lambda d\theta\overrightarrow{e_\theta} + dz\overrightarrow{e_z}\right)$$

$$= -\int E(\lambda)\, d\lambda$$

$$= -\frac{\rho}{2\varepsilon}\int\left(\lambda - \frac{R_1^2}{\lambda}\right)d\lambda$$

$$= -\frac{\rho}{2\varepsilon}\left(\frac{\lambda^2}{2} - R_1^2\ln(\lambda)\right) + C^{te}$$

Alors :

$$U(M) = -\frac{\rho}{2\varepsilon}\left(\frac{\lambda^2}{2} - R_1^2\ln(\lambda)\right) + C^{te}$$

- **Cas n° (3) : $r > R_2$**

On a par définition :

$\Leftrightarrow \overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}(U(r))$ donc

$$U(\lambda) = -\int \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl}$$

$$= -\int E(\lambda)\, d\lambda$$

$$= -\frac{\rho}{2\varepsilon}\left(R_2^2 - R_1^2\right)\int \frac{d\lambda}{\lambda}$$

$$= -\frac{\rho}{2\varepsilon}\left(R_2^2 - R_1^2\right)\ln(\lambda) + C^{te}$$

Alors $\left(\text{On choisit } M\begin{pmatrix}\lambda=0\\ \theta=0\\ z=0\end{pmatrix} = 0\right)$

$$U(\lambda) = -\frac{\rho}{2\varepsilon}\left(R_2^2 - R_1^2\right)\ln(\lambda)$$

Exercice (2) :

1/ ≡ (a) On applique le théorème d'Ampère :

1ère Etape (symétrie et Invariances)

- le plan $\Pi_1^* = (M, \overrightarrow{e_\lambda}, \overrightarrow{e_z})$ est un plan d'antisymétrie pour la distribution des Courants donc :

$\Leftrightarrow \overrightarrow{B} \perp \Pi_1^*$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{B} // \overrightarrow{e_\theta}$ (1)

- la distribution des Courants est Invariante par translation suivant z et par rotation suivant θ d'où $B(\lambda, \theta, z) = B(\lambda)$ (2)

- d'après (1) et (2) On déduit que :

$$\overrightarrow{B}(M) = B(\lambda)\overrightarrow{e_\theta}$$

2ème Etape (choix de la Contour d'Ampère et Calcul de Circulation)

- On Calcul(Γ) le plan π est adapté à la Géométrie du problème Comme étant Contour d'Ampère :

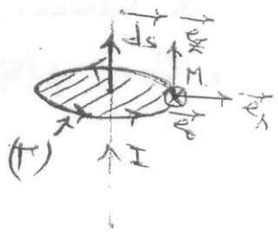
- On a :

$$C(\overrightarrow{B}) = \oint_{(\Gamma)} \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl}$$

$$= \oint_{(\pi)} B(\lambda)\, dl \cos(0)$$

$$= B(\lambda)\oint_{(\pi)} dl$$

$$= 2\pi\lambda B(\lambda)$$



Alors $C(\overrightarrow{B}) = 2\pi\lambda B(\lambda)$

3ème Etape (Application du théorème d'Ampère)

On a d'après Ampère :

$\Leftrightarrow C(\overrightarrow{B}) = \mu_0 \sum I$

$\Leftrightarrow 2\pi\lambda B(\lambda) = \mu_0 I$

Al. $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\lambda}\overrightarrow{e_\theta}$

(b)

1ère Étape (symétrie et Invariances)

- On sait que : $\vec{A} \parallel I$

  or $I \parallel \vec{e_z}$

  donc $\vec{A} \parallel \vec{e_z}$ (1)

- la distribution des Courants est Invariante par translation suivant z et par rotation suivant θ, d'où :

$$A(r,\theta,z) = A(r) \quad (2)$$

- d'après (1) et (2) On déduit que :

$$\vec{A}(M) = A(r)\,\vec{e_z}$$

2ème Étape (Application du Cours)

On a :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \quad \text{avec} \quad \vec{A}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ A(r) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta}^{\,0} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}^{\,0} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z}^{\,0} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}^{\,0} \end{vmatrix}$$

donc :

$$\Leftrightarrow B(r)\,\vec{e_\theta} = -\frac{\partial A_z}{\partial r}\,\vec{e_\theta}$$

$$\Leftrightarrow A_z = -\int B(r)\,dr$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int \frac{dr}{r}$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln(r) + C^{\,0} \quad \left(\text{On choisit } M\begin{pmatrix} r=1 \\ \theta \in \mathbb{R} \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix} = 0\right)$$

Alors

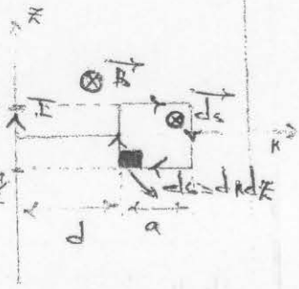
$$\vec{A} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln(r)\,\vec{e_z}$$

2/ (a) On a par définition :

$$\Phi(\vec{B}) = \iint \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

$$= \iint B(r)\,ds\cos^{\,0}(\theta)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\iint_{[d,d+a]\times[0,a]} \frac{dr\,dz}{r}$$



$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dr}{r}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dz$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\ln(1)\right]_d^{d+a}\left[z\right]_{-a/2}^{a/2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)a$$

Finalement : $\Phi(\vec{B}) = \dfrac{\mu_0 a I_0 \cos(\omega t)}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)$

(b) On a par définition de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 a I_0 \cos(\omega t)}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)\right)$$

$$= \frac{\mu_0 a I_0 \omega \sin(\omega t)}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)$$

Alors :

$$e = \frac{\mu_0 a I_0 \omega \sin(\omega t)}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)$$

Réalisée par :

BEN YOUSSEF.

Université Hassan II de Casablanca

Faculté des Sciences et Techniques Mohammedia

Département de physique

Examen. Electricité I. Module P123

I. Un condensateur sphérique est constitué de deux sphères conductrices de mêmes centre O, de rayons R_1 et R_2 (figure. 1). Les deux sphères portent respectivement des charges $+Q$ et $-Q$.

1. En utilisant les éléments de symétries, montrer que le champ électrique est radial et que son module ne dépend que de la distance r par rapport au centre O : $\vec{E} = E(r)\vec{u_r}$.

2. Déterminer l'expression du champ électrique entre les deux conducteurs ($R_1 < r < R_2$).

3. En déduire : a) la différence de potentiel ΔU entre les deux conducteur; b) l'expression de la capacité C du condensateur.

II. Un câble coaxial infini est constitué d'un premier conducteur cylindrique plein de rayon R_1 entouré par un deuxième conducteur cylindrique creux de rayon interne R_2 et de rayon externe R_3. L'espace entre les deux conducteurs est le vide (figure. 2). Les deux conducteurs sont parcourus par des courants électriques opposés $+I$ et $-I$.

1. En utilisant les éléments de symétries, montrer que le champ magnétique est circulaire et que son module ne dépend que de la distance r par rapport à l'axe du câble : $\vec{B} = B(r)\vec{u_\theta}$.

2. Déterminer le champ magnétique dans les différents cas possibles.

3. Déterminer l'expression du potentiel vecteur entre les deux conducteurs ($R_1 < r < R_2$).

III. Une spire circulaire C de rayon R (de surface constante) est immobile dans le plan oxy (figure. 3). La spire est soumis à un champ magnétique d'expression : $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{k}$. On note que B est perpendiculaire au plan de la spire.

1. Déterminer l'expression de la force électromotrice e induite dans la spire.

2. Déterminer l'expression du champ électromoteur dans la spire ($r = R$).

Durée : 1h30mn

Barème : I : 2-2-4 ; II : 2-4-2 ; III : 2-2.

Le 29/12/2015

Pr. R. Mountasser

13

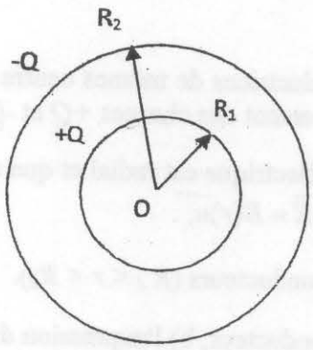


Figure. 1.

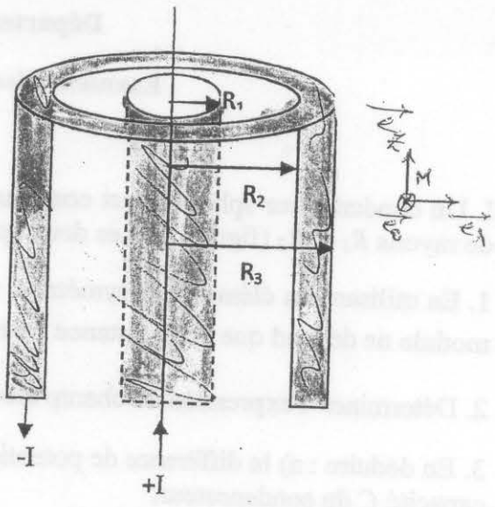


Figure. 2.

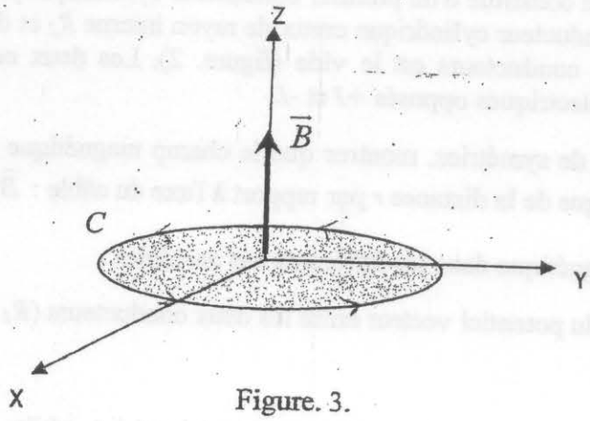


Figure. 3.

Le 29/12/2015

Pr. R. Mountasser

Examen d'Electricité

(P123)

Le 29/12/2015

Exercice (1) :

1/ • Les plans $\Pi_1 = (M, \vec{u_1}, \vec{u_2})$ et $\Pi_2 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ sont deux plans de symétrie de la distribution des Charges, donc :

$\Leftrightarrow \vec{E} \in (\Pi_1 \cap \Pi_2)$

$\Leftrightarrow \vec{E} \parallel \vec{u_r}$ (1)

$\Leftrightarrow \vec{E}$ est radial

• la distribution des Charges est Invariante par toute rotation suivant ϕ et θ, donc

$\Leftrightarrow E(r, \phi, \theta) = E(r)$ (2)

$\Leftrightarrow \|\vec{E}\|$ ne dépend que de r.

• D'après (1) et (2) On déduit que :

$$\vec{E} = E(r)\,\vec{u_r}$$

2/ On va appliquer le théorème de Gauss :

1ère Etape : (symétries et Invariances)

D'après la question 1/ On déduit que :

$$\vec{E} = E(r)\,\vec{u_r}$$

2ème Etape : (choix de la surface de Gauss et Calcul de $\Phi(\vec{E})$)

• On sphère (Γ) de Centre O et de rayon r est adapté à la Géométrie du problème comme surface de Gauss :

• On a :

$$\Phi(\vec{E}) = \iint_{(\Gamma)} \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

$$= \iint_{(\Gamma)} \|\vec{E}\|\,\|\vec{ds}\|\cos(0)$$

$$= E(r) \iint_{(\Gamma)} ds$$

Alors :

$$\Phi(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r)$$

3ème Etape (Application du théorème de Gauss)

On a d'après Gauss :

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

ou $\Phi(\vec{E}) = 4\pi r^2 E(r)$

$Q_{int} = \sigma \iint_{(\Gamma_1)} ds$

$= \sigma\, 4\pi R_1^2$

D'où :

$\Leftrightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R_1^2$

$\Leftrightarrow r^2 E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2$

$\Leftrightarrow E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \cdot \frac{1}{r^2}$

Finalement : $\forall r \in]R_1, R_2[$:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \cdot \frac{1}{r^2}\,\vec{u_r}$$

3/ a) On sait que : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$, donc

$$\Delta V = -\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

En sphérique : $\vec{dl} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta} + r\sin\theta\,d\phi\,\vec{e_\phi}$

$$= -\int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr$$

$$= -\int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \left[\frac{1}{r}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 \cdot R_2}\right)$$

$$\Delta U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \cdot \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} \right)$$

b/ On a par définition :

$$C = + \frac{Q}{|\Delta U|}$$

$$= \frac{\sigma 4\pi R_1^2}{\left| \frac{\sigma}{\varepsilon_0} R_1^2 \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} \right) \right|}$$

$$= \frac{4\pi \varepsilon_0 (R_1 R_2)}{|R_2 - R_1|}$$

Alors

$$C = \frac{4\pi \varepsilon_0 R_1 R_2}{|R_2 - R_1|}$$

Remarque :

théorème de Gauss :

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

avec :

- Q_{int} : les charges localisé à l'intérieur de la surface de Gauss
- $\Phi(\vec{E})$: le flux du champ Electrique à travers une surface fermé orienté vers l'extérieur.
- ε_0 :

Exercice n° (2) :

1/ • le plan $\pi^* = (M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ est un plan d'anti symétrie de la distribution des Courants donc :

$\Leftrightarrow \vec{B} \perp (\pi^*)$

$\Leftrightarrow \vec{B} // \vec{e_\theta}$ (1)

$\Leftrightarrow$ Alors $\vec{B}$ est Circulaire

• la distribution des Courants est Invariante par translation suivant z, et par rotation

• D'après (1) et (2) On déduit que :

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{e_\theta}$$

2/ On va appliquer le théorème d'Ampère :

1ère Étape (symétries et Invariances)

On a d'après la question 1/ :

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{e_\theta}$$

2ème Étape (choix du Contour d'Ampère et Calcule de Circulation)

• On Cercle Γ de rayon r et de Centre H orienté positivement est adapté à la Géométrie du problème Comme étant Un Contour d'Ampère.

• On a :

$$C(\vec{B}) = \oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$= \oint B(r) dl \cos(0)$$

$$= B(r) \oint_\Gamma dl$$

$$= 2\pi r B(r)$$

Alors

$$C(\vec{B}) = 2\pi r B(r)$$

3ème Étape (Application du théorème d'Ampère)

4 Cas sont distinguent :

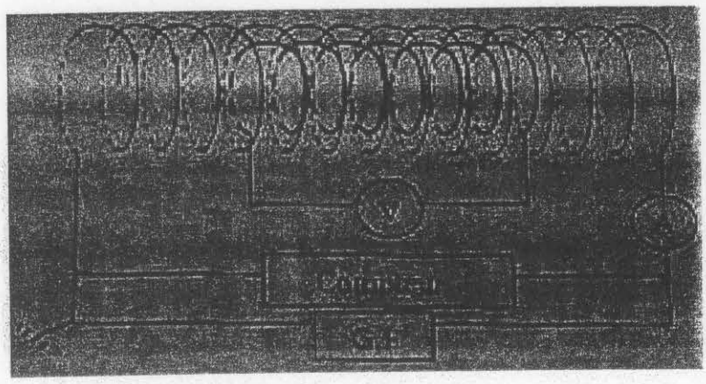
UNIVESITE HASSAN II-CASABLANCA-
FACULTE DES SCIENCES ET
TECHNIQUES MOHAMMEDIA

Année 2016/2017
MIP : S2
Durée : 40 min

Examen de TP d'électricité

1/ Rappeler brièvement la définition de l'induction électromagnétique.

2/ Réaliser le montage représenté ci-dessous.



3/ Faites vérifier le montage par l'enseignant de TP.

4/

a) Si votre montage est déclaré bon par l'enseignant de TP :
- Fixer le courant circulant dans le solénoïde primaire à 30mA.
-A l'aide de générateur de fréquence fait varier la fréquence du champ régnant dans le solénoïde primaire, relever la tension électromotrice induite e(t) dans le solénoïde secondaire.
- Regrouper vos résultats de mesures dans le tableau ci-dessous.

F(KHz)	2	4	6
d=26mm et N=300trs			
d=41mm et N=100trs			

b) Précisez, dans vos réponses, la valeur du calibre de l'ampèremètre que vous avez utilisé.

5/ Tracer sur un même graphe les courbes E=f(F) et interpréter.

UNIVESITE HASSAN II-CASABLANCA-
FACULTE DES SCIENCES ET
TECHNIQUES MOHAMMEDIA

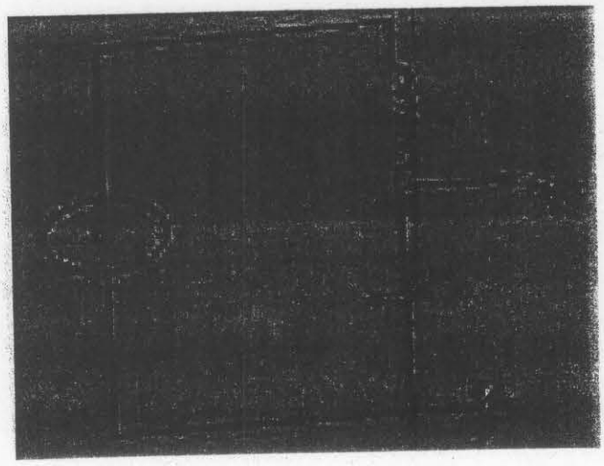
Année 2016/2017
MIP : S2
Durée : 40 min

Examen de TP d'électricité

1/ Rappeler brièvement la définition de la Loi de Faraday.

2/ Montrer qu'à la résonance on a : $LCW^2 = 1$.

3/ Réaliser le montage représenté ci-dessous.



3/ Faites vérifier le montage par l'enseignant de TP.

4/ Fixer C à une valeur donnée et faites varier la fréquence f jusqu' à la résonance.

a) Mesurer la valeur de la fréquence de résonance.

b) Déduire la valeur de l'inductance L.

c) Calculer la résistance r de la bobine (on néglige la résistance interne du générateur).

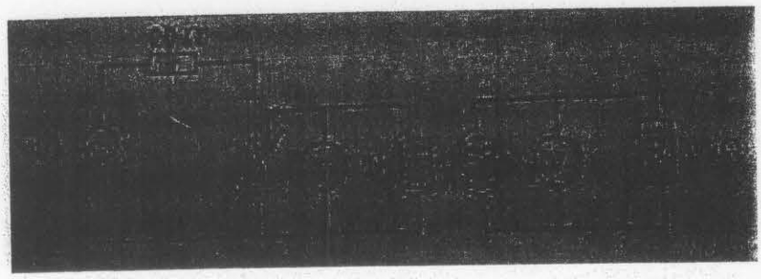
UNIVESITE HASSAN II-CASABLANCA-
FACULTE DES SCIENCES ET
TECHNIQUES MOHAMMEDIA

Année 2016/2017
MIP : S2
Durée : 40 min

Examen de TP d'électricité

1/Rappeler brièvement le principe de fonctionnement d'un transformateur.

2/ Réaliser le montage représenté ci-dessous. L'enroulement primaire est relié à un générateur de tension sinusoïdal variable : 0…12V. Les enroulements $N_1 = 500$ spire et $N_2 = 1000$ spire.



3/ Faites vérifier le montage par l'enseignant de TP.

4/

a) Si votre montage est déclaré bon par l'enseignant de TP, donner à V_1 les valeurs figurant dans le tableau ci-dessous, relever les valeurs correspondantes de V_2 et calculer les rapports V2/V1.

V_1	2	4	6	8	10
V_2					
V_2/V_1					

b) Précisez, dans vos réponses, les valeurs des calibres des voltmètres V_1 et V_2 que vous avez utilisé.

5/ Pour le transformateur en charge, le rapport V_2/V_1 est-il égal au rapport de transformation N_2/N_1 ?

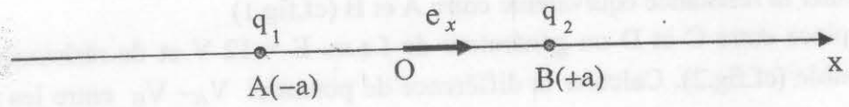
Université Hassan II de Casablanca
Faculté des sciences-AïnChock
Casablanca

Année Universitaire 2014-2015
SMPC (S2)

Epreuve d'électricité

Exercice 1

Considérons deux charges ponctuelles quelconques q_1 et q_2 placées en A et B, respectivement, d'abscisses x = –a et x = a (a > 0 , $\left\| \vec{e}_x \right\| = 1$ (cf.fig ci-dessous)).



1- Ecrire l'expression du champ électrostatique total $\vec{E}(O)$, créé en O, par les charges q_1 et q_2.

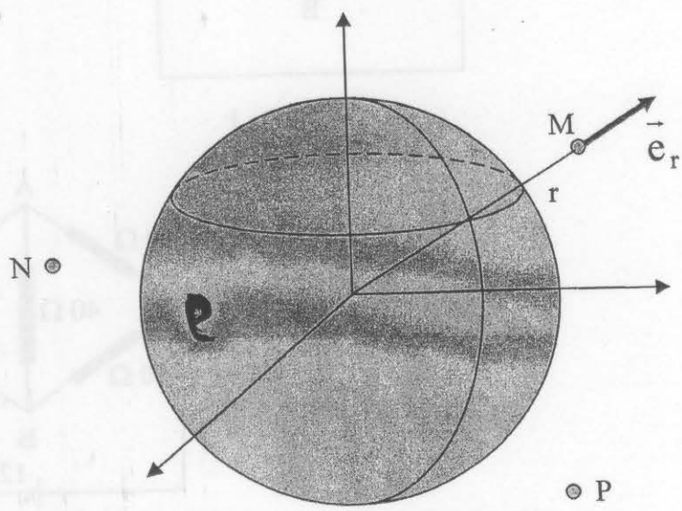
2- Ecrire l'expression du potentiel électrostatique V(O), créé en O, par les charges q_1 et q_2.

3- On place en O une charge ponctuelle q_o. Déterminer la force totale $\vec{F}$ qu'exercent les charges q_1 et q_2 sur la charge q_o.

4- À quelle condition portant sur q_1 et q_2 la force $\vec{F}$ est-elle nulle ?

Exercice 2

Une sphère de centre O et de rayon R porte une charge Q positive ***répartie uniformément dans son volume***. ($\left\| \vec{e}_r \right\| = 1$). Notons par ρ la densité volumique de charges.



1- Profitant de la symétrie de la distribution, dire quelles sont les lignes du champ électrostatique ?

2- Représenter, sur une figure, les vecteurs champ électrostatique $\vec{E}(O)$ aux points M, N et P.

3- En déduire la nature de la surface de Gauss dans le cas de la sphère chargée ci-dessus ?

4- En utilisant l'expression intégrale du théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ à l'intérieur ($r < R$) et à l'extérieur ($r > R$) de la sphère.*(Rappel : La surface S d'une sphère de rayon r est :* $S = 4\pi r^2$*)*.

5- En déduire le potentiel électrostatique V(M) en tout point M de l'espace.

6- Que deviennent le champ $\vec{E}(M)$ et le potentiel V(M) en tout point M de l'espace lorsqu'on remplace la sphère précédente par une sphère conductrice (O, R) portant la même charge Q ?

Exercice 3

On considère le circuit électrique représenté dans la fig.1:

1- Calculer la résistance équivalente entre A et B (cf.fig.1)

2- On place entre C et D un générateur de f.e.m. E = 12 V et de résistance interne négligeable (cf.fig.2). Calculer la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre les points A et B.

3- On place ensuite, entre A et B, une résistance R = 40 Ω (cf.fig.3).
Déduire des questions 1 et 2 l'intensité I du courant traversant la résistance R = 40 Ω.

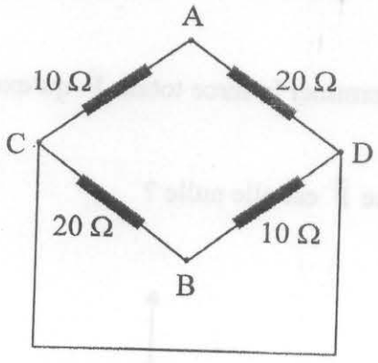


fig.1

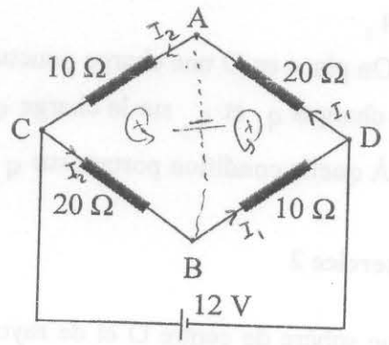


fig.2

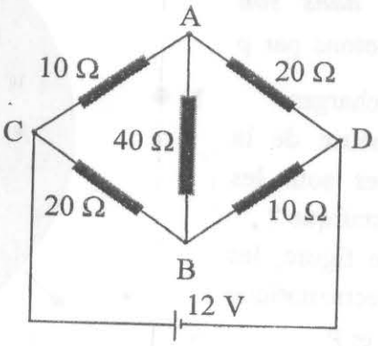
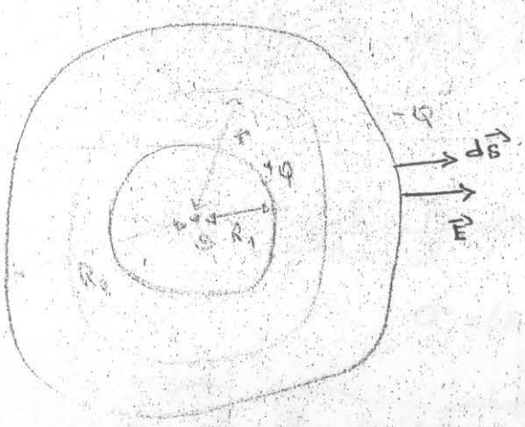


fig.3

Exam Électricité (N)

I-)



1) • On montrons que: $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$.

on va prendre deux plans:

π_1: horizontal.

π_2: vertical.

l'intersection de π_1 et π_2 est une droite sa direction est dépend de $\vec{u_r}$ donc:

$$\vec{E} = E(r;\theta;\varphi)\vec{u_r}$$

par raison de rotation de cette sphère on remarque l'invariance soit dans θ soit φ.

Alors: $\vec{E} = E(r)\vec{u_r}$.

2) Le champ électrique dans le cas: $R_1 < r < R_2$

on peut utiliser le théorème de Gauss:

on sait que:

$$\Phi = \iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \Phi = \iint E(r)\vec{e_r}\cdot dS\vec{e_r} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \Phi = E(r)\iint dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

(car $E(r)$ est radiale avec: $r = cte$)

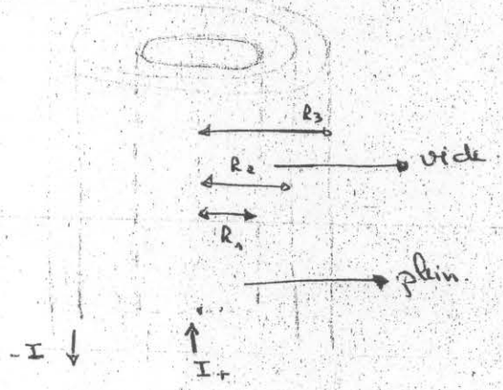
$$\Rightarrow \Phi = E(r)\cdot S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}.$$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1}{\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)}$$

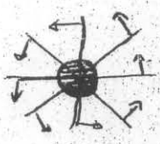
$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1}{\frac{R_1 - R_2}{R_2}}$$

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_1 - R_2}}$$

II-)



1) par.



- $\vec{B}$ est perpendiculaire sur les plans verticales

Alors le chemin de $\vec{B}$ est circulaire.

donc :

$$\boxed{\vec{B} = B(r;\theta;z)\vec{u}_\theta}$$

- par raison de rotation de câble on remarque l'invariance de $\vec{B}$ donc on peut eliminer θ.
- par raison de translation de câble on remarque l'invariance de $\vec{B}$.

$z \to \infty$

$$\boxed{\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta}$$

2)

$$\Rightarrow E(r) = 4\pi r^2 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_1^2}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\sigma 4\pi R_1^2}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R_1^2}{r^2}}$$

3)

$$E^+(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{r^2}$$

$$E^-(r) = 0$$

donc :

$$\boxed{E = E^+(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{r^2}}$$

on sait que

$$E = -\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{U})$$

$$\Rightarrow E = -\frac{dU}{dr}$$

$$\Rightarrow U = -\int E\,dr$$

$$\Rightarrow U = -\int \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{r^2}dr$$

$$\Rightarrow U = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R_1^2\int\frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{r} + cte}$$

on a que :

$$\Delta U = |U^- - U^+| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{R_2^2} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R_1^2}{R_1}$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_1^2}{R_2} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}R_1$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}R_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)}$$

- on sait : $C = \frac{Q^+}{\Delta U}$

$$C = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_1^2}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}R_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)}$$

$\Rightarrow i = I \frac{r^2}{R_1^2}$ (5)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$

$B \, 2\pi r = \mu_0 \cdot I \frac{r^2}{R_1^2}$

$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \frac{r}{R_1^2} \vec{u_\theta}$

3) on sait que :

$\vec{B} = \vec{rot}(\vec{A})$

$\vec{A} = A(r;\theta;z)\vec{u_k}$ "$k = r;\theta;z$"

on sait que $A \parallel I$.

$\vec{A} = A(r;\theta;z)\vec{u_z}$

$z \to \infty$

invariance $\to 0$

$\vec{A} = A(r)\vec{u_z}$

$$\vec{A} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ A(r) \end{vmatrix}$$

on sait que :

$$\vec{rot}(\vec{A}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta}^{0} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}^{0} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z}^{0} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r}^{0} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}^{0} \end{vmatrix}$$

$\vec{rot}(\vec{A}) = -\frac{\partial A_z}{\partial r}$

$\vec{rot}(\vec{A}) = -\frac{dA(r)}{dr}$

2) on peut utiliser le théorème (6)

d'Ampère. $\circ\ r \geq R_3$:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma I$

$\Rightarrow B(r) \oint d\vec{\ell} = \mu_0 (I - I)$

$B(r) = 0$

$\circ\ R_2 < r < R_3$:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma I$

$\Rightarrow B(r) \oint d\ell = \mu_0 \Sigma I$

$\Rightarrow B(r) \oint d\ell = \mu_0 (I - I)$

$\Rightarrow B(r) = 0$

$\circ\ R_1 < r < R_2$:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma I$

$\Rightarrow B(r) \oint d\ell = \mu_0 I$

$\Rightarrow B(r) \, 2\pi r = \mu_0 I$

$\Rightarrow \vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I \vec{u_\theta}$

$\circ\ r < R_1$:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma I$

on sait que :

$\oint \vec{B} \, d\vec{\ell} = \mu_0 i$

on sait que :

$J = \frac{I}{S} = \frac{i}{s}$

$\Rightarrow i = \frac{I}{S} s$

$\Rightarrow i = \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2 \Rightarrow i = \frac{I}{R_1^2} r^2$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\pi R^2 B_0 \cos(\omega_0 t)\right)$$

⑦

$$e = \pi R^2 B_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)$$



2) $E = \frac{de}{dR}$

$$E = \frac{d\pi R^2 B_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)}{dR}$$

$$E = 2\pi B_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t) R$$

$$E = 2\pi R B_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

donc :

⑥

$$\vec{A} = -\int \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

$$A = -\int B \, dr$$

$$A = -\int \frac{\mu_0}{2\pi r} I \, dr$$

$$A = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \int \frac{dr}{r}$$

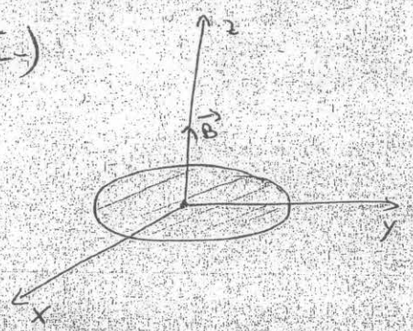
$$A = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(r)$$

$$A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(1/r)$$

$$A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(1/r) + cte$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(1/r) \vec{u_\theta}$$

III-)



on sait que

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

et : $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

$$\Phi = \iint B \cdot dS$$

$$\Phi = B \pi R^2$$

$$\Phi = B_0 \cos(\omega_0 t) \times \pi R^2$$

$$\Phi = \pi B_0 R^2 \cos(\omega_0 t)$$